

# Influence of Input and Output Layer Selection on GPS Elevation Transformation

Wei Wang Haibing Wu

Shanghai Investigation Design and Research Institute Co., Ltd., Shanghai 200434, China

## Abstract

Selecting a reasonable input and output layer is necessary in GPS elevation transformation based on neural network in regional Quasi-geoid determination. Then it discusses how to design the input and output layer and uses the standard BP neural network model, GRNN neural network and RBF neural network to calculate the transformation and compare the results based on different input and output layer. It was verified that different input and output layer could generate some influences on GPS elevation transformation, and finally the authors give some suggestion on the selection of input and output layer.

## Keywords

input and output layer; neural network; GPS elevation transformation

## 输入输出层选取对 GPS 高程转换影响

王伟 吴海兵

上海勘测设计研究院有限公司, 中国·上海 200434

## 摘要

利用神经网络转换 GPS 高程来精化区域似大地水准面需要选择合理的输入输出层, 本文论述了如何设计输入输出层, 并在基于不同的输入输出层基础上运用标准 BP 神经网络模型、GRNN 神经网络模型和 RBF 神经网络模型进行运算, 将转换结果进行对比, 得出不同的输入输出层会对 GPS 高程转换结果产生一定的影响, 并对实际应用中输入输出层的选择提出合理的意见。

## 关键词

输入输出层; 神经网络; GPS 高程转换

## 1 引言

GPS 高程是以 WGS-84 椭球面为基准的大地高  $H_{GPS}$ , 在工程应用中需将  $H_{GPS}$  转换为中国使用的基于似大地水准面的正常高  $H_0$ , 二者之间差值称为高程异常  $\delta^{[1]}$ :  $\delta = H_{GPS} - H_0$ 。目前, 转换 GPS 高程有以下几种方法: (1) 物理大地测量法; (2) 数学模型拟合法; (3) 神经网络法。方法一需要高精度且足够多的重力测量数据, 但在实际工作中, 只有有限的重力测量数据。方法二建立在假定的似大地水准面上, 模型误差会影响拟合的精度。相比前两种方法, 神经网络高程拟合方法具有高稳定性、高精度、较强的容错性等特点, 是近年来较为常用的一种方法, 如文献<sup>[2]</sup>利用 BP 神经网络进行跨海大桥的 GPS 高程转换, 文献<sup>[3]</sup>利用 RBF 神经网络进行 GPS 高程转换, 文献<sup>[4]</sup>利用 GRNN 神经网络进行 GPS 高程转换等。针

对神经网络算法问题有许多学者研究了从建模方法上优选模型, 如文献<sup>[5]</sup>利用平面拟合和神经网络组合法对 BP 神经网络方法进行了优化, 文献<sup>[6]</sup>采用 AIC 准则优化 RBF 神经网络参数等。利用神经网络进行 GPS 高程转换需要设计合理的输入输出层。本文结合工程实例探讨不同的输入输出层对基于神经网络的 GPS 高程拟合的影响, 即运用标准 BP 神经网络模型、GRNN 神经网络模型和 RBF 神经网络模型进行 GPS 高程转换, 对比分析不同模型的计算结果, 得出输入输出层对基于神经网络的 GPS 高程转换产生的影响。

## 2 神经网络模型及输入输出层设计

### 2.1 输入输出层设计

利用神经网络转换 GPS 高程时, 假定高程异常值  $\delta$  与 GPS 坐标  $(x, y)$  有如下关系<sup>[7]</sup>:

$$\delta = H_{GPS} - H_0 = f(x, y) + \varepsilon \quad (1)$$

因此, 可将  $(x, y)$  作为输入层向量,  $\delta$  为输出层。对网络结构进行改进可以加快网络的学习速度和提高计算精度, 所以根据二元泰勒级数对输入层神经元个数进行扩充, 由二元泰勒级数得:

$$\delta = f(x, y) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n + b_1y + b_2y^2 + \dots + c_1xy + c_2x^2y^2 + \dots + c_mx^ny^n + R_n \quad (2)$$

式中, 待定系数  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n, c_1, c_2, \dots, c_m$  对应于函数在  $(x, y)$  处的各阶偏导数, 此时函数关系式为多个变量的函数关系式。因此, 可用  $(x, y, xy, x^2, y^2, \dots, x^n, y^n)$  代替原来的  $(x, y)$ 。本文计算时选取  $n=1, 2, 3$  三种情况, 此时输入层神经元个数分别为 2、5、10, 输出层神经元个数都为 1。高程异常  $\delta$  与  $H_{GPS}$  和  $H_0$  有关, 因此可以将  $H_{GPS}$  和  $H_0$  作为扩充元素。各方案详见表 1。

### 2.2 神经网络模型

人工神经网络是 20 世纪末发展起来的前沿科学, 具有大规模并行, 分布式存储和处理, 自组织、自学习和自适应能力, 还具有泛化功能, 非线性映射能力, 联想功能和容错性与壮实性等, 特别适合处理需要考虑许多因素和条件、不精确和模糊的信息处理问题, 因此它在解决非线性, 不确定性和不确定系统的问题中开辟了一条崭新的途径<sup>[9]</sup>。

### 3 实例计算与分析

实验数据为某矿区的 GPS 网, 该矿区位于中国内蒙古自治区丘陵沟壑地区, 高差变化比较大, 共布设了 20 个 GPS 控制点, 点位分布如图 1 所示。本文计算时将 11 个均匀分布在整个矿区的 GPS 点作为训练点集, 剩下 9 个点构成检核点集<sup>[8]</sup>, 如图 2 所示。本文选用内外符合精度作为评价拟合效果的指标, 实验前利用 MATLAB 中 `premnmx` 函数对数据进行归一化处理。

处理, 将输入输出数据变换到  $[-1, 1]$  之间, 再用 `postmnmx` 函数进行反归一化处理。

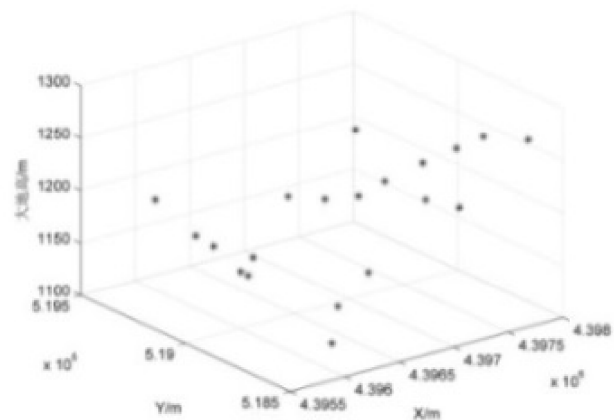


图 1 GPS 控制点点位分布图

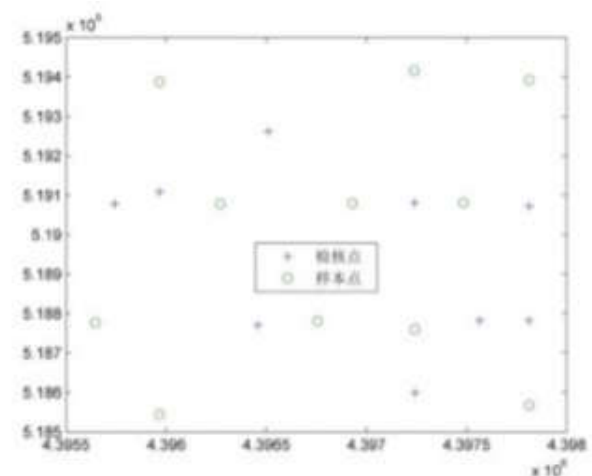


图 2 点集示意图

### 3.1 RBF 神经网络拟合结果及分析

RBF 拟合结果见表 2。可以看出: (1) 当输入层中不含有元素  $H_{GPS}$  和  $H_0$  时, 方案一与方案二、三比较, 将  $(xy, x^2, y^2)$  ( $xy, x^2, y^2, \dots, x^3, y^3$ ) 作为扩充元素加入输入层并未使拟合精度得到提高。方案二与方案三相比较, 输入层中扩充了元素  $(yx^2, xy^2, x^2y^2, x^3, y^3)$ , 拟合精度得到提高; (2)

表 1 输入层方案

|       | 方案一      | 方案二                  | 方案三  | 方案四             | 方案五                           | 方案六   | 方案七         | 方案八                   | 方案九   | 方案十                  | 方案十一                               | 方案十二   |  |
|-------|----------|----------------------|--|-----------------|-------------------------------|---|-------------|-----------------------|---|----------------------|------------------------------------|--|--|
| 输入层元素 | $x, y$   | $x, y, xy, x^2, y^2$ | $x, y, xy, x^2, y^2, yx^2, xy^2, x^2y^2, x^3, y^3$ | $x, y, H_{GPS}$ | $H_{GPS}, x, y, xy, x^2, y^2$ | $H_{GPS}, x, y, xy, x^2, y^2, yx^2, xy^2, x^2y^2, x^3, y^3$ | $H_0, x, y$ | $H_0, x, y, x^2, y^2$ | $H_0, x, y, x^2, y^2, yx^2, xy^2, x^2y^2, x^3, y^3$ | $H_0, H_{GPS}, x, y$ | $H_0, H_{GPS}, x, y, xy, x^2, y^2$ | $H_0, H_{GPS}, x, y, xy, x^2, y^2, yx^2, xy^2, x^2y^2, x^3, y^3$ | $H_0, H_{GPS}, x, y, xy, x^2, y^2, yx^2, xy^2, x^2y^2, x^3, y^3$ |
| 输出层元素 | $\delta$ | $\delta$             | $\delta$   | $\delta$        | $\delta$                      | $\delta$  | $\delta$    | $\delta$              | $\delta$  | $\delta$             | $\delta$                           | $\delta$   |  |

当输入层中含有元素  $H_{GPS}$  时, 方案四与方案五、六比较, 将  $(xy, x^2, y^2)$  和  $(xy, x^2, y^2, \dots, x^3, y^3)$  作为扩充元素加入输入层并未使拟合精度得到提高。方案五与方案六相比较, 输入层中扩充了元素  $(yx^2, xy^2, x^2y^2, x^3, y^3)$ , 拟合精度得到提高;

(3) 当输入层中含有元素  $H_0$  时, 方案七与方案八、九比较, 将  $(xy, x^2, y^2)$  和  $(xy, x^2, y^2, \dots, x^3, y^3)$  作为扩充元素加入输入层并未使拟合精度得到提高。方案八与方案九相比较, 输入层中扩充了元素  $(yx^2, xy^2, x^2y^2, x^3, y^3)$ , 拟合精度得到提高;

(4) 当输入层中含有元素  $H_{GPS}$  和  $H_0$  时, 方案十、十一、十二相互比较, 将  $(xy, x^2, y^2)$  和  $(xy, x^2, y^2, \dots, x^3, y^3)$  作为扩充元素加入输入层并未使拟合精度得到提高;

(5) 方案一与方案四比较, 方案二与方案五比较, 方案三与方案六比较, 输入层中加入了  $H_{GPS}$ , 拟合精度得到提高;

(6) 方案一与方案七比较, 方案二与方案八比较, 方案三与方案九比较, 输入层中加入了  $H_0$ , 拟合精度得到提高;

(7) 方案一与方案十比较, 方案二与方案十一比较, 方案三与方案十二比较, 输入层中加入了  $H_0$  和  $H_{GPS}$ , 拟合精度得到提高。

表 2 RBF 拟合误差 (单位: mm)

| 输入层方案 | 外残差绝对值最小值 $ V _{min}$ | 外残差绝对值最大值 $ V _{max}$ | 内符合精度 $u$ | 外符合精度 $M$ |
|-------|-----------------------|-----------------------|-----------|-----------|
| 方案一   | 1.9                   | 14.5                  | 0         | 8.5       |
| 方案二   | 0.2                   | 24.6                  | 0         | 10.3      |
| 方案三   | 0                     | 16.8                  | 0         | 9         |
| 方案四   | 0.1                   | 3.9                   | 0         | 2.3       |
| 方案五   | 0.2                   | 11.5                  | 0         | 6.4       |
| 方案六   | 0.7                   | 5.1                   | 0         | 2.7       |
| 方案七   | 0.1                   | 3.9                   | 0         | 2.3       |
| 方案八   | 2.1                   | 6.9                   | 0         | 4.3       |
| 方案九   | 2.5                   | 6                     | 0         | 4.1       |
| 方案十   | 0                     | 4.6                   | 0         | 2.6       |
| 方案十一  | 0.3                   | 4.7                   | 0         | 3         |
| 方案十二  | 2.4                   | 7.2                   | 0         | 4.5       |

### 3.2 GRNN 拟合结果及分析

GRNN 拟合结果见表 3。可以看出: (1) 当输入层中不含有元素  $H_{GPS}$  和  $H_0$  时, 方案一与方案二、三比较, 将  $(xy, x^2, y^2)$  和  $(xy, x^2, y^2, \dots, x^3, y^3)$  作为扩充元素加入输入层并未使拟合精度得到提高;

(2) 当输入层中含有元素  $H_{GPS}$  时, 方案四与方案五、六比较, 将  $(xy, x^2, y^2)$  作为扩充元素加入输入层可以使拟合精度得到提高, 将  $(xy, x^2, y^2, \dots, x^3, y^3)$  作为扩充元素加入输入层不能未使拟合精度得到提高;

(3)

当输入层中含有元素  $H_0$  时, 方案七与方案八、九比较, 将  $(xy, x^2, y^2)$  和  $(xy, x^2, y^2, \dots, x^3, y^3)$  作为扩充元素加入输入层并未使拟合精度得到提高;

(4) 当输入层中含有元素  $H_{GPS}$  和  $H_0$  时, 方案十、十一、十二相互比较, 将  $(xy, x^2, y^2)$  和  $(xy, x^2, y^2, \dots, x^3, y^3)$  作为扩充元素加入输入层并未使拟合精度得到提高;

(5) 方案一与方案四比较, 方案二与方案五比较, 方案三与方案六比较, 输入层中加入  $H_{GPS}$ , 拟合精度得到提高;

(6) 方案一与方案七比较, 方案二与方案八比较, 方案三与方案九比较, 输入层中加入  $H_0$ , 拟合精度得到提高;

(7) 方案一与方案十比较, 方案二与方案十一比较, 方案三与方案十二比较, 输入层中加入了  $H_0$  和  $H_{GPS}$ , 拟合精度得到提高。

表 3 GRNN 拟合结果 (单位: mm)

| 输入层方案 | 外残差绝对值最小值 $ V _{min}$ | 外残差绝对值最大值 $ V _{max}$ | 内符合精度 $u$ | 外符合精度 $M$ |
|-------|-----------------------|-----------------------|-----------|-----------|
| 方案一   | 1                     | 15                    | 0         | 7.6       |
| 方案二   | 1                     | 15                    | 0         | 7.7       |
| 方案三   | 0                     | 16.8                  | 0         | 9         |
| 方案四   | 1                     | 16.5                  | 0         | 7.3       |
| 方案五   | 0.6                   | 13.7                  | 0         | 7.1       |
| 方案六   | 1                     | 13                    | 0         | 8.3       |
| 方案七   | 1                     | 11.1                  | 0         | 6.9       |
| 方案八   | 0.8                   | 14.1                  | 0         | 7.5       |
| 方案九   | 1                     | 15                    | 0         | 7.6       |
| 方案十   | 0.4                   | 8.2                   | 0         | 5.3       |
| 方案十一  | 0.4                   | 11.8                  | 0         | 6.8       |
| 方案十二  | 1                     | 15                    | 0         | 7.6       |

### 3.3 BP 神经网络拟合结果分析

BP 拟合结果见表 4。可以看出: (1) 当输入层中不含有元素  $H_{GPS}$  和  $H_0$  时, 方案一、二、三比较, 将  $(xy, x^2, y^2)$  和  $(xy, x^2, y^2, \dots, x^3, y^3)$  作为扩充元素加入输入层并未使拟合精度得到提高;

(2) 当输入层中含有元素  $H_{GPS}$  时, 方案四与方案五、六比较, 将  $(xy, x^2, y^2)$  作为扩充元素加入输入层可以使拟合精度得到提高, 将  $(xy, x^2, y^2, \dots, x^3, y^3)$  作为扩充元素加入输入层不能未使拟合精度得到提高。方案五与方案六相比较, 输入层中扩充了元素  $(yx^2, xy^2, x^2y^2, x^3, y^3)$ , 拟合精度得到提高;

(3) 当输入层中含有元素  $H_0$  时, 方案七与方案八、九比较, 将  $(xy, x^2, y^2)$  和  $(xy, x^2, y^2, \dots, x^3, y^3)$  作为扩充元素加入输入层并未使拟合精度得到提高。方案八与方案九相比较, 输入层中扩充了元素  $(yx^2, xy^2, x^2y^2, x^3, y^3)$ , 拟合精度得到提高;

(4) 当输入层中含

有元素  $H_{GPS}$  和  $H_0$  时, 方案十、十一、十二相互比较, 将  $(xy, x^2, y^2)$  和  $(xy, x^2, y^2, \dots, x^3, y^3)$  作为扩充元素加入输入层并未使拟合精度得到提高。方案十一与方案十二相比较, 输入层中扩充了元素  $(yx^2, xy^2, x^2y^2, x^3, y^3)$ , 拟合精度得到提高; (5) 方案一与方案四比较, 方案二与方案五比较, 方案三与方案六比较, 输入层中加入了  $H_{GPS}$ , 拟合精度得到提高; (6) 方案一与方案七比较, 方案二与方案八比较, 方案三与方案九比较, 输入层中加入了  $H_0$ , 拟合精度得到提高; (7) 方案一与方案十比较, 方案二与方案十一比较, 方案三与方案十二比较, 输入层中加入了  $H_0$  和  $H_{GPS}$ , 拟合精度得到提高<sup>[10]</sup>。

表4 BP神经网络拟合结果 (mm)

| 输入层方案 | 外残差绝对值最小值 $ V _{min}$ | 外残差绝对值最大值 $ V _{max}$ | 内符合精度 $u$ | 外符合精度 $M$ |
|-------|-----------------------|-----------------------|-----------|-----------|
| 方案一   | 0.2                   | 6.8                   | 0         | 3.2       |
| 方案二   | 1.1                   | 8.2                   | 0         | 6.1       |
| 方案三   | 0.6                   | 17.9                  | 0         | 7.6       |
| 方案四   | 0.4                   | 3.9                   | 0         | 2.5       |
| 方案五   | 0                     | 2.8                   | 0         | 1.9       |
| 方案六   | 0                     | 4.7                   | 0         | 3.5       |
| 方案七   | 0                     | 4.3                   | 0         | 2.3       |
| 方案八   | 0.1                   | 5                     | 0         | 3.1       |
| 方案九   | 0                     | 5.9                   | 0         | 2.6       |
| 方案十   | 0.3                   | 3.4                   | 0         | 2.4       |
| 方案十一  | 0                     | 3.9                   | 0         | 2.8       |
| 方案十二  | 0.3                   | 4                     | 0         | 2.6       |

#### 4 结语

本文以输入层方案对基于神经网络的 GPS 高程转换的影响为切入点, 探讨了其对转换结果的影响, 通过对比分析得到:

(1) 工程应用中不同的输入输出层对拟合结果产生不同的影响, 所以利用神经网络进行 GPS 高程转换选择合理的输

入输出层非常重要。

(2) GPS 高程转换的目的是将  $H_{GPS}$  转换成  $H_0$ , 所以拟合精度与  $H_{GPS}$  和  $H_0$  有关, 因此在输入层中加入  $H_{GPS}$  和  $H_0$  可以提高神经网络计算结果精度。

(3) 多项式展开次数高, 有些情况可以提高拟合精度, 有些情况却不能, 可能是因为多项式展开后产生了线性相关性。

#### 参考文献

- [1] 胡伍生, 高成发. GPS 测量原理及应用 [M]. 北京: 人民交通出版社, 2004.
- [2] 杨天宇. 基于 BP 神经网络的 GPS 高程拟合及其在杭州湾跨海大桥中的应用 [D]. 成都: 西南交通大学, 2006.
- [3] 张莉, 李羽荟. RBF 神经网络在 GPS 高程拟合中的应用 [J]. 地理空间信息, 2011, 9(5): 23-25.
- [4] 王新志, 祝明坤, 曹爽. 基于广义回归神经网络的 GPS 高程转换方法 [J]. 大地测量学与测量工程, 2011, 31(6).
- [5] 侯东阳, 张书毕. 基于平面拟合和 BP 神经网络组合的 GPS 高程转换 [J]. 大地测量学与测量工程, 2010, 30(6): 91-94.
- [6] 任超, 吴伟, 黄征凯, 焦元元. 基于 AIC 准则的 RBF 神经网络在 GPS 高程拟合中的应用 [J]. 测绘科学, 2013, 38(2): 77-79.
- [7] 鲁铁定, 周世健, 张立亭, 等. GPS 高程转换的神经网络方法分析 [J]. 全球定位系统, 2004, 29(2): 24-27.
- [8] 胡伍生, 华锡生, 鲍兴南. 转换 GPS 高程的神经网络模型试验研究 [J]. 测绘工程, 2002, 11(3): 53-56.
- [9] 王新志, 陈伟, 祝明坤. 样本数据归一化方式对 GPS 高程转换的影响 [J]. 测绘科学, 2013, 38(6): 162-165.
- [10] 飞思科技产品研发中心编. 神经网络理论与 MATLAB7 实现. 北京: 电子工业出版社, 2005: 131-136.