

Research on the Application of “Transforming Thought” in Mathematics of Upper Primary School

Li Qiu

Yancheng Tinghu New District Experimental Primary School, Yancheng, Jiangsu, 224001, China

Abstract

To learn mathematics, we should not only pay attention to the acquisition of knowledge, but also pay attention to the cultivation of ideas. In the stage of the generation, development and application of mathematical knowledge, there are abundant mathematical thoughts, which are the abstraction, generalization and refinement of mathematical knowledge at a higher level. It can be said that mathematical thought breeds mathematical knowledge. As a common mathematical thought, transforming thought is widely used in primary school mathematics. Especially in the senior stage of primary school, students have accumulated a certain amount of knowledge and experience. When studying new questions, students often transform new problems into old ones by means of transformation, and then use the knowledge they have learned to solve them. This paper studies the application of “transforming thought” in mathematics from the perspective of senior primary school students.

Keywords

mathematical knowledge; mathematical thought; transform thought; high-grade in primary school; application

“转化思想”在小学高年级数学中的应用研究

仇力

盐城亭湖新区实验小学, 中国·江苏 盐城 224001

摘要

学习数学, 不仅要重视知识的获得, 也要重视思想的培养。在数学知识的产生、发展、应用阶段, 都渗透着丰富的数学思想, 数学思想是数学知识在更高层次上的抽象、概括和提炼。可以说, 是数学思想孕育了数学知识。而转化思想作为一种常见的数学思想, 在小学数学中有着十分广泛的应用。尤其是小学高年级阶段, 学生已经积累了一定的知识经验, 在研究新问题时, 经常会通过转化的方式将新问题转变为旧问题, 再利用已经学过的知识进行解决。论文就以小学高年级为视角, 对“转化思想”在数学中的应用展开研究。

关键词

数学知识; 数学思想; 转化思想; 小学高年级; 应用

1 转化思想概述

1.1 转化思想的内涵

转化思想, 又被称为化归思想。它是指人们在知识学习的过程中, 遇到较为陌生且难以解决的新问题时, 根据自身已有的知识储备以及解决旧问题的经验, 在没有改变问题本质的前提下, 借助新旧问题之间的内在联系, 开辟思路, 通过某种方式把新问题变换成旧问题, 进而解决新问题的思想。

1.2 转化思想的类型

转化思想在解决数学问题时通常分为以下几种类型: 第一, 化未知为已知; 第二, 化抽象为具体; 第三, 化复杂为简单; 第四, 化特殊为一般; 第五, 化代数为几何; 第六,

化实际为模型。在某些情况下, 利用转化思想解决数学问题时, 会同时体现两种或两种以上类型。

1.3 转化思想的应用原则

1.3.1 可操作性原则

可操作性原则是转化思想应用的首要原则。可操作性原则, 就是要求解决数学问题具有可操作性, 能够将新旧问题相互关联起来, 便于学生通过自主探究、合作交流、动手操作等方式, 实现新旧问题的有机转化。切忌为了追求效果而将毫不相关的两个问题进行联系。

1.3.2 熟悉化原则

熟悉化原则, 就是把陌生的数学问题转化为学生较为熟悉的数学问题, 便于学生对数学旧知识的识记、回忆、再认。这不仅有利于学生对数学知识点的巩固, 促进学生数学思维的培养, 也有利于学生在探究新知识的过程中获得丰富的经验。

【作者简介】仇力(1989-), 男, 中国江苏盐城人, 硕士, 一级教师, 从事数学教育研究。

1.3.3 简单化原则

简单化原则，就是将复杂的新问题转化为简单的旧问题，方便学生对新问题、新知识的理解，促使学生能够利用旧知识高效地解决新问题。

下面我们用具体的例子来解释一下。

如图1所示，三个圆的半径都是4厘米，三个圆两两相交于圆心，求阴影部分的面积和。

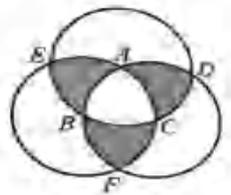


图1

这道题目较为复杂，阴影由三部分组成，而且形状都不规则，无法直接算出阴影面积，只有通过转化的方法把不规则形状转化为规则形状来解决。具体如下：连结EB和BF，通过移多补少的方法把弧AB、弧BC、弧AC围成的空白区域补成阴影，这样阴影部分组成一个半圆，根据半圆的面积计算公式 $S_{\text{半圆}} = \text{计算结果}$ 。这道题目非常典型，就是将复杂的阴影转化为简单的半圆进行求解。

1.3.4 形象化原则

形象化原则，就是把抽象的数学问题具体化、形象化、可视化。教学过程中，教师通过图片、视频、模拟演示等方式把抽象的数学问题转化为更为形象直观的问题，便于学生对所研究的问题形成清晰的表象，让问题的解决过程变得更加容易。例如，在进行《圆的面积》的教学时，教师可以利用多媒体进行动态演示，将圆模拟转化成一个长为 πr 、宽为 r 的长方形，进而很容易地推导出圆的面积公式，就是该长方形的面积： $\pi r \times r = \pi r^2$ 。

1.4 转化思想应用于数学中的意义

1.4.1 培养学生的思维能力

学生在利用转化思想解决数学问题时，要全方位、多角度、多层次对问题进行认识，这一认识过程需要对问题进行理解、概括、分析、判断、比较、推理、计算等，极大促进了学生抽象思维、逻辑思维、形象思维、发散思维、创造性思维等思维能力的提升，使得学生的思维变得更加灵活敏捷，有效地提升了学生的创新意识，让解决数学问题的方法和技巧变得更为丰富。

1.4.2 有利于促进学习的正迁移

所谓的正迁移，就是指一种学习对另一种学习起到了积极促进的作用。比如，先学习了长方形面积计算方法，对之后平行四边形面积计算方法的学习会更加方便容易。再比如，有了两位数乘两位数计算方法的知识铺垫，会让学生觉得三位数乘两位数的计算方法并不显得那么困难。像这样的例子还不少，而这些例子都是由于两种知识具有很强的关联

性，由一种知识转化为另一种知识。

1.4.3 发展学生的“四基”

所谓的“四基”，指基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验。首先，运用转化思想可以让学生认识许多新知。比如，通过图形形状的转化、图形面积与体积的转化、分数与小数的转化、等式的转化、单位的转化、数与形的转化等，产生了许多新的知识点。其次，转化的过程也培养了学生的基本技能。如切割、平移、旋转、构造模型、化曲为直、化整为零等，这些技能在数学及其他学科领域都广泛应用。再次，在学习转化思想时，学生也能认识和学习到和转化思想密切相关的其他数学思想。比如，数形结合思想、类比思想、建模思想、方程思想等。这会促进学生对数学思想的领悟、理解和应用。最后，在实施转化思想解决问题时，学生经历了自主学习、独立思考、合作探究、动手实践、交流讨论、反思总结的过程，这些过程也让学生积累了许多基本活动经验，为以后的学习奠定了良好的基础。

2 小学高年级数学教材中“转化思想”的分析

2.1 小学高年级数学教材中“转化思想”的具体应用

小学数学课程涵盖了四部分内容，分别是“数与代数”“图形与几何”“统计与概率”“综合与实践”。而转化思想主要应用在小学高年级数学“数与代数”“图形与几何”“统计与概率”这三部分内容中。以苏教版教材为例，我们通过列表的方式来分析一下转化思想的具体应用。

转化思想在“数与代数”领域中的应用见表1。

转化思想在“图形与几何”领域中的应用见表2。

转化思想在“统计与概率”领域中的应用见表3。

2.2 剖析小学高年级数学教材渗透“转化思想”的特征

2.2.1 注重数学学科的基础

教材渗透“转化思想”的首要特征就是注重数学学科的基础。我们不难发现，在利用“转化思想”解决数学新问题时，总是联系学生已经学过的数学基础知识。例如，小数乘法的学习是以整数乘法的基础知识为基础，圆柱侧面积的学习是以圆的周长及长方形的面积知识为基础。转化思想是建立在学生已有的知识基础的前提下进行的数学探究。如果学生没有一定的数学基础做铺垫，是很难利用转化思想来解决数学新问题的，教材突出强调了牢牢掌握数学基础知识的重要性。

2.2.2 体现螺旋式课程结构特点

教材注重数学学科的基础，同时也体现了课程结构的螺旋式特点。例如，长方形的面积计算公式是三年级下学期学习的知识点，五年级上学期平行四边形的面积计算方法又联系起了长方形的面积计算公式，六年级下学期圆柱的侧面积计算方法还是以长方形的面积计算公式为基础。像这样的例子还有很多，一个知识点或多个知识点在不同学段反复出现、层层递进、不断加深，有助于学生更好地理解和掌握知识。

表1 转化思想在“数与代数”领域中的应用

教材	应用内容	转化思想类型	具体应用说明
五年级上	认识负数	化抽象为具体	将负数转化为气温、海拔
五年级上	整数加、减小数	化未知为已知	将整数转化为小数
五年级上	小数的乘除法	化未知为已知	小数的乘除法转化为整数的乘除法
五年级上	解决问题的策略	化代数为几何	球队相互比赛的场数转化为点点相互连线
五年级上	用字母表示数	化复杂为简单	将数字转化为字母
五年级下	简易方程	化实际为模型	将实际问题转化为数学模型
五年级下	因数与倍数	化未知为已知	通过乘法算式实现因数与倍数之间的转化
五年级下	分数的意义	化抽象为具体	将分数转化为直观图以表达分数的意义
五年级下	异分母分数的大小比较	化未知为已知	将异分母分数转化为同分母分数进行比较
五年级下	异分母分数的加减法	化未知为已知	将异分母分数加减法转化为同分母分数加减法
五年级下	解决问题的策略	化代数为几何 化复杂为简单	将算式转化为几何图形求解
六年级上	分数乘分数	化抽象为具体	分数乘分数转化为直观图以表达计算过程
六年级上	分数除以分数	化未知为已知	将分数除以分数转化为分数乘分数
六年级下	解决问题的策略	化抽象为具体 化复杂为简单	将复杂的数量关系转化为简单的示意图
六年级下	比例的意义和基本性质	化抽象为具体	将比例转化为直观图以表达比例的意义和基本性质
六年级下	正比例和反比例	化抽象为具体	将正比例和反比例转化为图像便于理解

表2 转化思想在“图形与几何”领域中的应用

教材	应用内容	转化思想类型	具体应用说明
五年级上	平行四边形的面积	化未知为已知	将平行四边形转化为长方形
五年级上	三角形的面积	化未知为已知	将三角形转化为平行四边形
五年级上	梯形的面积	化未知为已知	将梯形转化为平行四边形
五年级上	组合图形的面积	化未知为已知	将复杂的组合图形转化为简单的规则图形
五年级下	圆的周长	化曲为直	将曲线转化为直线
五年级下	圆的面积	化未知为已知	将圆转化为平行四边形
五年级下	解决问题的策略	化未知为已知	将不规则图形转化为规则图形求面积
六年级上	长方体的体积	化复杂为简单	长方体转化为若干块体积 1cm^3 的正方体
六年级下	圆柱的侧面积	化未知为已知	将圆柱的侧面剪开,转化为长方形
六年级下	圆柱的体积	化未知为已知	将圆柱转化为长方体
六年级下	圆锥的体积	化未知为已知	将圆锥转化为圆柱

表3 转化思想在“统计与概率”领域中的应用

教材	应用内容	转化思想类型	具体应用说明
五年级上	复式统计表	化抽象为具体	把几组不同类别的数据进行收集并归类整理,转化为复式统计表
五年级上	复式条形统计图	化抽象为具体	把几组不同类别的数据进行收集并归类整理,转化为复式条形统计图
五年级下	单式折线统计图	化抽象为具体	把一类数据进行收集整理,转化为单式折线统计图
五年级下	复式折线统计图	化抽象为具体	把几组不同类别的数据进行收集并归类整理,转化为复式折线统计图
六年级下	扇形统计图	化抽象为具体	根据自身需求,将扇形统计图、折线统计图、条形统计图三者之间进行转化

2.2.3 密切知识与生活的联系

教材中的知识也与生活紧密相连,如在探究“认识负数”这一部分内容时,将抽象的“负数”转化为与生活密切联系且较为形象的“气温”“海拔”等,便于学生对负数概念的掌握和应用。再比如,研究统计表和统计图时,都是研究学生熟悉的日常生活及身边的问题,这些问题都比较直观、具体,学生容易想象,便于学生很好的解决问题。

2.2.4 重视学生的动手实践

教材也非常重视学生的动手实践。比如,在探究平行四边形面积、三角形面积、梯形面积、圆的周长、圆的面积、圆柱的侧面积、圆柱的体积等内容时,教材要求学生动手剪一剪、拼一拼、移一移、画一画、滚一滚……学生通过自己的动手实践,把要探究的问题转化成了已有的知识经验,不仅方便了问题的解决,获得了问题的结果,也让学生体验到

了解决数学问题的整个过程,促进了学生对新知识的理解和掌握,也提高了学生的探究能力,实践能力,创造能力。

2.2.5 联系学生的认知发展规律

教材根据学生的认知发展规律进行了课程的编排。小学高年级的学生一般处于10~12岁的年龄阶段,这一年龄段的学生抽象逻辑思维能力正处于发展过程中,但并未成熟。在对较为抽象的数学知识点进行教学时,需要通过一定的方法化抽象的知识为具体的实物,让学生建立起对所学新知识及问题解决过程的清晰表象,丰富学生的感性认识,帮助学生顺利理解新知识,发展他们的认知能力。而教材很好地运用了一定的手段对一些抽象的知识进行具体化、形象化的编排。例如,分数的意义、分数乘分数、比例、统计表和统计图等教学的编排恰好体现了这一要求。

3 当前“转化思想”应用于小学高年级数学实践中的问题

通过上述分析,我们可以看到,转化思想乃至数学思想在数学实践中的重要性不言而喻。然而,由于受到应试教育“分数至上”的错误评价观的影响,重视数学的学习结果却轻视数学的学习过程,重视数学知识的传授却轻视数学学习能力的培养,重视数学结论的获得却轻视数学思想的提炼,使得“转化思想”在数学的具体实践中并未发挥应有的效果。

3.1 教师层面——对转化思想的认识肤浅,强调不深

由于平时繁忙的教学工作,使得许多教师为备课、上课、改作业疲于奔命。况且,在大环境下评判教师教学优劣的主要依据是学生考试成绩的高低,教师教学的重点任务是直接把数学知识、结论教给学生,关注学生是否掌握了学习的数学知识、学生是否记住了学习的数学结论、学生究竟会做多少道数学题,并不关注学生积累知识的学习过程。许多教师自身教学理论知识匮乏,教学理念落后,疏忽了数学知识背后所蕴含的转化思想,对转化思想的认识和理解较为肤浅片面,在教学时对转化思想的强调不够深入。例如,在涉及与转化思想密切相关的教学内容时,有些教师并没有把培养学生转化思想的能力当作教学目标。即便有时把培养学生转化思想的能力作为了教学目标,但在实际的教学操作过程中,很多时候教师只是浅浅地提了一下“转化”这个词,并没有详细介绍什么是转化思想、为什么要转化、转化的实质是什么、什么情况下要进行转化、如何进行转化等,缺乏转化思想的系统指导和总结。而且,课后缺乏深刻的教学反思,就使得许多教师对转化思想的认识一直停留在浅层次。

3.2 学生层面——转化意识不强,运用不合理

对于学生来讲,运用转化思想解决问题往往就是换一种角度、换一种考虑问题的方式,突破固有的思维定势将问题简单化,最终实现问题的解决。但由于许多学生平时缺乏足够的练习,思维没有得到充分的训练,转化思想的经验匮

乏,再加之教师对于学生的引导不力,导致学生遇到一些较为复杂的问题时,很难突破自身的思维定势,难以有效运用转化思想对一些较为复杂的问题进行巧妙的化解,很多情况学生都感到束手无策,无从下笔。笔者举两个例子具体讨论一下。

问题1:学校今年招收一批新生,人数在300~400人之间。现在给这批新生分宿舍,如果每间宿舍住6人,则有一间宿舍住4人;如果每间宿舍住7人,则有一间宿舍住5人;如果每间宿舍住8人,则有一间宿舍住6人。这批新生有多少人?

这是一道有关公倍数的问题,是笔者曾经给学生出的一道习题。很多学生初次遇到这个问题的时候,只会想到新生的人数除以6余4、除以7余5、除以8余6,一一列举找答案,学生会发现这样找下去非常困难,但又没有其他思路。分析原因,一是学生受到了思维定势的影响,看问题只停留于表面;二是学生练习量不够,经验较少,没有发现转化的规律。如果换一种考虑问题的方式,将问题转化成“新生的人数加2既是6的倍数,也是7的倍数,同时也是8的倍数”,那么不少学生就恍然大悟。

问题2:计算 $\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \frac{1}{99} + \frac{1}{143} + \frac{1}{195} + \frac{1}{255}$ 。

很多学生在做这道题的时候,知道这是一道异分母分数相加的式子,想到了转化,不假思索将异分母分数转化为同分母分数,再求和。看似运用了转化思想来解决问题,但是这种转化并没有让题目变得容易,反而越做越难,没有实现化复杂为简单的转化目的。因为计算麻烦,许多学生没有耐心继续往下做。之所以出现这种情况,一方面是学生缺乏对转化思想的感悟和体会,转化方法的掌握不熟,使用不当;另一方面,学生平时缺乏对数学问题的观察与思考,悟性不足,没有密切问题与问题之间的联系。如果把这个问题与计算 $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30}$ 联系在一起,会有不少学生注意到把 $\frac{1}{3}$ 转化为 $\frac{1}{2} \times (1 - \frac{1}{3})$,把 $\frac{1}{15}$ 转化为 $\frac{1}{2} \times (\frac{1}{3} - \frac{1}{5})$ ……

利用前后分数相互抵消,问题迎刃而解。即便学生没有计算 $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30}$ 的经验,也可以观察这些分母的共同特征,写成 $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots$ 的形式,问题也会顺利解决。

4 转化思想在小学高年级数学中的应用策略

4.1 教师层面

4.1.1 加强理论学习,深入钻研教材

教学质量的提升,一定是建立在教师拥有丰富的教学理论基础之上的。教师自身先要加强转化思想的理论学习。阅读与转化思想有关的资料或书籍,观看涉及转化思想的专家讲座、优秀教学案例、课堂实录等,并进行思考与总结,提高对转化思想的认识和理解。

此外,教师还要深入钻研教材,挖掘教材中与转化思想密切相关的知识点。对于小学高年级数学教师来说,不仅要看五六年级的教材,也要看一至四年级的教材。在一至四年级的教材中,转化思想就有了丰富的体现。例如,二年级教材中乘法与加法的转化,三年级教材中分数与小数的转化,四年级教材中利用运算律进行简便计算也涉及到转化,等等。教师要为开展转化思想的教学积累更多的素材,密切不同素材之间转化思想的联系与特征,以实现更好的教学效果。

4.1.2 转变教学理念,渗透转化思想

转变教学理念,不能为了追求学生一时的成绩而忽视了学生长远的发展。教师在关注学生知识掌握的同时,更要关注学生掌握知识的过程,更要关注学生的学习能力是否得到了提升。在数学上,掌握基础知识是学习结果的体现,掌握基本思想是学习能力的体现。学习能力的提升才会有更好的学习结果。所以,教师在教学过程中一定要重视转化思想的渗透,让学生认识转化思想的内涵、转化的实质、如何转化、什么条件下进行转化等。在探究活动中,让学生多动手,多发现问题,增强学生的学习体验,让学生在实践中加深对转化思想的感悟。此外,教师还要给予学生多种练习的机会,让学生在反复的练习中熟悉转化思想。

4.1.3 加强教学反思,提升教学水平

课后,教师还要加强针对转化思想的教学反思。

第一,反思课堂教学中对转化思想的渗透是否精准,是否符合实际教学情境。

第二,反思转化方法的选择与应用是否得当,学生是否掌握了转化的方法和技巧。

第三,反思教学效果如何,是否实现了既定的教学目标,通过转化思想的教学,学生是否提升了数学的学习能力。通过不断的自我反思,发现不足,及时改进,提升教师的教学水平。

4.2 学生层面

4.2.1 完善知识结构,夯实数学基础

运用转化思想解决数学问题从本质上讲就是利用旧知识解决新问题的过程。这就要求学生对过往学习的知识进行查缺补漏,完善数学知识结构体系,强化对旧知识的认知、理解和运用,夯实数学基础,保证充足的知识储备,为新问题的探究筑牢坚实的根基。

4.2.2 加大练习力度,丰富转化经验

在课堂上,通过教师的指导和自身的实践,学生积累了一定的转化经验。但这些经验并不能保证学生能够游刃有余地解决各种问题,还需要学生课后加大转化思想的练习力度。在练习的过程中,学生需要多观察、多思考、多总结、多做有心人,密切注意问题与问题之间的联系,增强对转化思想的领悟能力,不断丰富转化的经验。

5 结语

综上所述,转化思想的内涵丰富、类型多样、特征鲜明、应用广泛,对数学问题的解决起着非常关键的作用。在小学高年级阶段,教师要深入钻研教材,转变教学理念,在教学过程中加强转化思想的渗透,在不断学习、不断反思中提升教学质量。与此同时,学生也要夯实数学基础,加强练习,在探究与实践丰富转化思想的经验,将转化思想内化于心,外化于行,应用于实际问题的解决。通过教师的教和学生的学,实现师生的共同成长与进步。

参考文献

- [1] 林晶.转化思想在小学数学教学中的应用研究[J].文理导航(中旬),2024(4):70-72.
- [2] 夏苏婷.小学数学高年级“转化思想”的教学研究[D].扬州:扬州大学,2023.
- [3] 田康宁.转化思想在小学数学教学中的应用策略探究[J].数学学习与研究,2024(3):83-85.