 DOI: https://doi.org/10.12345/iptm.v4i1.23045

# Redefine the auxiliary line to make geometry teaching more reasonable————The teaching of auxiliary lines is discussed from the solution of a geometric problem

**Fengjian Qiang**

Nanjing Yangzi No.1 Middle School, Nanjing, Jiangsu, 210048, China

**Abstract**

In the course of geometry teaching, it is often difficult for students to judge when they need to add auxiliary lines to solve problems. When students add auxiliary lines, they often mechanically follow the teacher's or textbook's demonstration operation, without understanding why it is so added and what the purpose of adding it is. The reason is that both teachers and students often just consider how to add, and do not realize that the auxiliary line is actually originally in the graph, but is artificially hidden, so by analyzing the graph, it is possible to fill back the hidden auxiliary line. By redefining the auxiliary line, students understand that in the process of solving the problem, they do not try to "add auxiliary line", but try to "complete the graph".

**Keywords**

Auxiliary line; Basic figure ;Complete figure

# 重新定义辅助线，让几何教学更合理——从一道几何题的解法谈辅助线的教学

羌锋建

南京市扬子第一中学，中国・江苏 南京 210048

**摘　要**

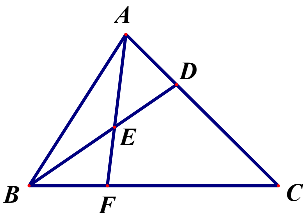
在几何教学过程中，学生往往很难判断在什么情况下需要添加辅助线来解决问题。学生在添加辅助线时，往往是机械地按照老师或教材的示范进行操作，而不理解为什么要这样添加，以及添加的目的是什么。究其原因在于无论是教师还是学生，往往只是考虑如何添加，而没有意识到辅助线其实是原先就在图形当中，而是被人为隐藏起来，所以通过分析图形，是可以将被隐藏起来的辅助线补回来的。通过重新定义辅助线，让学生了解解题过程中不是想方设法去“添加辅助线”，而是努力去“补全图形”。

**关键词**

辅助线；基本图形；补全图形

## 1 引言

在几何辅助线教学中，学生面对几何题目，经常不知道从何处入手，不清楚题目中的条件和图形特征与辅助线之间的联系。教师在教学过程中往往过于注重解题方法的传授，而忽视了对辅助线添加依据和目的的讲解。学生没有真正理解辅助线的内在逻辑。本文试图以一道几何题为例，解释如何通过分析找到不同的辅助线的做法，从而说明辅助线产生的原理，即根据基本图形补全图形，然后利用基本图形的性质获得问题的解决。



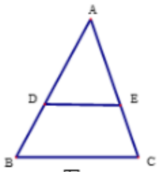

【题目】已知：△ ABC 中，D 是 AC 边上的一点， ,E 是 BD 的中点，AE 的延长线交 BC 于 F。求证：.

这是一道常规的利用三角形相似得出线段比值的几何题。但图形本身不存在相似的三角形，因此需要构造三角形相似，从而引出了初中几何教学中一个绕不过的问题：如何添加辅助线，为什么这样添加，又是如何想到的。在实际教学中，往往将重心放在添加辅助线之后问题的解决上，而忽

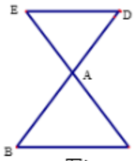
【作者简介】羌锋建（1974-），男，中国江苏南京人，本科，中学高级教师，从事数学教学研究。

视了为什么这样添加辅助线，有时虽然总结出了很多种辅助线的添加方法，但并没有让学生理解之所以这样添加的内在逻辑，学生在自己遇到问题时往往还是不知从何处下手。

就本题而言，条件中出现了两组比例和。我们先讨论第一组： 。在什么情况下会出现这样的比例式呢？于是我们想到了产生比例式的基本图形：如图 a 和图 b 所示，DE ∥ BC，则有。从而我们可以联想到只要在原图中构造平行线，就可以将进行转化。



图a



图b

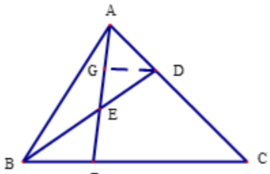


图1

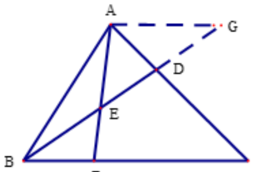


图2

根据基本图形，一组平行线（BC、DE）被一条直线（AC 或BD）所截，便产生了截点之间的比例关系。在原图中，除 A、D、C 三点所在的直线外，点 C 所在的直线还有 CB（CF），因此可以分别从点 D、A 作 BC 的平行线。如图 1 和图 2 所示：这里我们可以看到：图 1 添加了 GD ∥ BC，使得图中出现了基本图形 a（为表述方便，以按字母顺序 ADCFG 表示基本图形 a，下同），从而得到，再结合另一组比例式，又有了基本图形 b（GDEBF），于是 ，从而问题得到解决；图 2 添加了 AG ∥ BC，使得图中出现了基本图形 b（AGDBC），可以得到，再结合另一组比例式，可得，再次利用基本图形 b（AGEBF），，通过换算可得。

因此，我们这样定义辅助线：在图形生成过程中被隐藏起来的线。它并不是被人为添加出来，而是被人为隐藏起来的。因此，我们在解题过程中并不是“添加辅助线”，而是“补全图形”。学生认识的改变，从而解决了上述“为什么这样添加”的问题。由此带来的问题是，学生需要知道“补全什么图形’‘即什么图形被隐藏了某一条或几条线呢？这就是几何中的基本图形，即组成一个几何图形最基本、最简单，但具有特定的性质的图形。例如，在图 a 和图 b 中，只要 DE ∥ BC，就有，像这样的图形就是基本图形。每一个几何图形，无论是怎样的简单或复杂，经过观察和分析，都一定可以发现它是由一个或者若干个基本图形组合而成的。而当在分析和寻找基本图形的过程中，有一个或者若干个是不完整的，这样在应用这些基本图形性质的时候显然就会发生困难，因为基本图形不完整，相应的性质就没有出现。从而促使我们在应用这些基本图形的性质之前，必须先将不完整的基本图形补完整，这就出现了添辅助线的需要。

于是对于本题我们还可以这样补图：在原图中，除 A、D、C 三点所在的直线外，点 D 所在的直线还有 DB（DE），因此可以分别从点 C、A 作 BD 的平行线。如图 3 和图 4 所示：

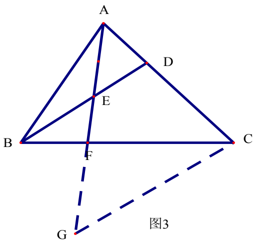


图3

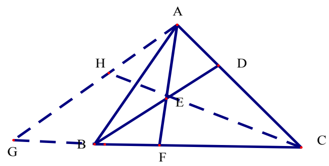


图4

在图 3 中，作 CG ∥ BD 交 AF 的延长线于 G，这样既用到基本图形 a（AEGCD），也用到基本图形 b（BEFGC）。对于图 4，作 AG ∥ DB 分别交 CB、CE 延长线于 G、H。由得，再由 DE=BE 得 AH=HG，故 CH 为△ AGC 的中线，E 为△ AGC 的重心，从而 AF 也为△ AGC 之中线，结合，便可推出。这里多次应用了基本图形 a（CDAHE，CEHGB，CDAHG，FEAHB）。

同理，还可以过 D、C 分别作 AB、AF 的平行线。如图 5，6，7，8 所示：

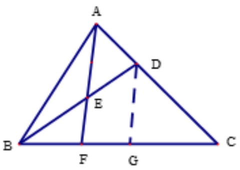


图5

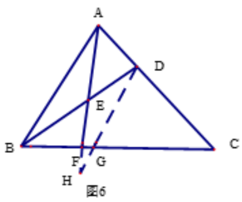


图6

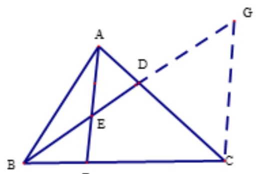


图7

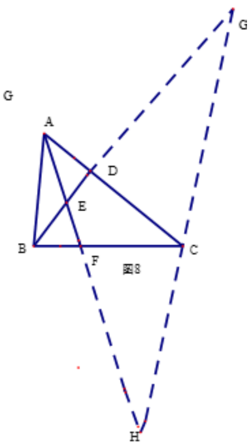


图8

证明过程从略。以上我们讨论了根据构造了 8 种平行线，其中还对其他有些线段做了必要的延长，这些都是为了补全基本图形 a 或 b，解决问题。我们还可以继续思考，如果根据第二组比例式，在什么情况下会出现这样的比例式呢？于是有：

分别过 E点、B 作 CD 的平行线，如图 9，10 所示；分别过点 B、D 作 EF(EA) 的平行线，如图 5，11 所示：过点 D 作 BA、BC 的平行线，同图 6 和图 1；过点 E 作 BA、BC 的平行线，如图 12，13 所示：

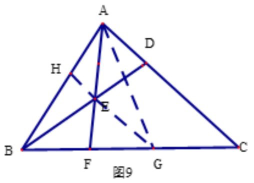


图9

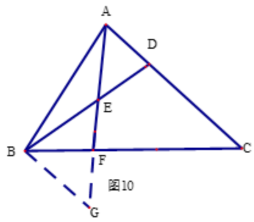


图10

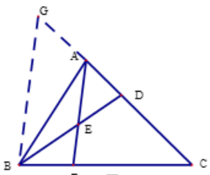


图11

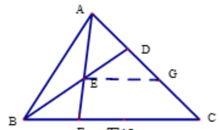


图12

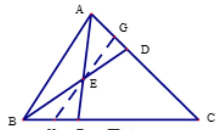


图13

根据上面的讨论，我们发现只要抓住了产生比例线段的基本图形的根本特征，就可以根据需要将原图中构成基本图形但被隐去的线段重新补充回来，这些线就是辅助线。因此把一个图形分解为基本图形的过程就是几何综合问题的主要解答过程。解决一个几何问题的基本步骤就是，首先就是要根据问题中出现的应用条件，找到基本图形，然后应用基本图形的性质来解决问题，这时就会出现两种情况：一是所有分析、找到的基本图形都是完整的，这样应用这些基本图形的性质就不会有什么困难，问题自然也就得到了解决，显然这时也就不存在添辅助线的问题；二是根据条件联想到的基本图形不完整，这是就需要将基本图形补充完整，因此，每一条辅助线都是经过分析得到的，而绝不是凭空产生的。因此，几何问题中的每一条辅助线都应该是分析的结果，随着分析过程的进行，分析到哪里，补到哪里。辅助线不会也不能少添，这样问题会解决不了；也不能多添，要么是多余，要么是没有走在正确的方向上。当然，由于对基本图形的认识会有不同，补出的图形会有差异，因而方法并不是唯一的，有时甚至有很多种，比如我们这里的例子。但我们也可以发现，不管怎么补，其基本思想是一致的。

《数学课程标准》在几何方面的学习中明确要求学生 " 能从较复杂的图形中分解出基本的图形，并能分析其中的基本元素及其关系 “，几何问题中添辅助线的规律性，是可以用明确的语言来向学生进行介绍和教学，所以学生就会感到、体会到能够学，学得会，这就从根本上消除了学生长期以来存在着的对平面几何学习，实质上就是对添辅助线问题学习的畏惧心理。这样，学生学好平面几何也就是必然的结果。

## 2 结语

波利亚在《怎样解题》中曾经指出，“如果一条巧妙的辅助线陡然出现在图形中，看不出任何动机，并能令人惊讶地解决了题目，那么聪明的学生就会感到失望，他们会觉得上当受骗了。数学的趣味性就在于它需要我们推理和创造能力的充分发挥。但如果最为引人注目的步骤其动机和目的不可理解的话，那么我们在推理和创造方面就学不到任何东西。”因此，我们重新定义辅助线，教师在教学中加强对几何图形性质和定理的教学，让学生深刻理解各种基本图形的特点和相互关系。添加辅助线的实质也就成为将不完整的基本图形补充完整的问题。我们在分析一个几何图形的时候，着眼点不再是局部添某一条或多条线上，而是在一个完整的图形，辅助线已经不再仅仅是一个添线的问题，其实质应是一个补图的问题，是一个基本图形完整化的结果。教学中，我们只要能找到基本图形，就不怕添不出辅助线，而能正确补全了图形，实际上问题已经得到了解决。

## 参考文献

[1] 邓悦. 深度教学视角下初中几何教学的策略思考 [J]. 中学数学, 2024, (20): 38-40.

[2] 乔姣姣. 辅助线构造在初中平面几何教学中的研究[D]. 洛阳师范学院, 2024.

[3] 衡晨. 新课标下初二年级学生平面几何学习困难的因素分析与对策研究[D]. 扬州大学, 2024.

[4] 蔡美莲. 巧用辅助线，解决几何问题 [J]. 数学之友, 2023, 37 (24): 62-65.