

The Differences in Mathematical Problem Solving Strategies and the Cultivation of Students' Innovative Abilities

Xiuping Dai

Jiefang Road Primary School, Sheyang County, Yancheng, Jiangsu, 224399, China

Abstract

The principle of "different paths lead to the same goal, selecting the best" is a shortcut for most of our teachers to improve teaching quality in the classroom. "Multiple solutions to one problem" is a time-consuming and laborious teaching behavior, but years of teaching practice have proven that such training is conducive to fully mobilizing students' enthusiasm for learning mathematics, improving their interest and confidence in learning mathematics; Beneficial for training students' flexibility in thinking, promoting their comprehensive application of learned knowledge, and enhancing their skills and techniques in solving mathematical problems; Beneficial for developing students' mathematical thinking and cultivating and unleashing their innovative thinking abilities.

Keywords

mathematics; multiple solutions; method; innovative thinking

数学解题策略的差异性与学生创新能力培养

戴秀萍

射阳县解放路小学, 中国·江苏 盐城 224399

摘要

“殊途同归, 择优而行”, 是我们绝大多数老师教学课堂中提高教学质量的捷径。“一题多解”是教学中费时费力的一种教学行为, 但多年的教学实践证明, 这样的训练有利于充分调动学生学习数学的积极性, 提高学生学习的兴趣和信心; 有利于训练学生思维的灵活性, 促进学生综合运用所学知识, 解答数学问题的技能和技巧; 有利于开发学生的数学思维, 培养和发挥学生的创新思维能力。

关键词

数学; 一题多解; 方法; 创新思维

1 引言

《数学课程标准》指出, 教学中要尊重学生的个性特征, 允许不同的学生从不同的角度认识不同的问题, 采用不同的方式表达自己的想法, 允许学生用不同的知识和方法解决问题, 鼓励学生解决问题策略的多样化, 是因材施教, 促进每一个学生充分发展的有效途径。

新课程理念下的“一题多解”, 指的是引导学生对同一题采用多维度、多思路的方法解答, 碰撞求异思维是一题多解的突破点, 经常进行这样训练, 能为社会培养各行各业解决不同问题的特殊人才。因此, 数学教学中需要老师善于引导学生, 从多方面、多角度进行分析和思考, 有意识地培养学生求异思维意识和一题多解能力, 直击学生思维的发散点, 有效拓宽学生的数学思维, 从而提高学生学习效率, 扎实数学知识。

【作者简介】戴秀萍(1971-), 女, 中小学一级教师, 从事数学教学研究。

六年级的分数应用题是学生学习难度比较大的一个薄弱环节, 对于大多数孩子来说, 练习时最常见的易错点也在分数应用题, 学生的分析和解题都只会停留在条件的表层, 不能灵活地沟通知识和方法间的联系, 因此在学完苏教版六年级数学第四单元的《比例》的一节练习课中, 笔者以“如果甲的 $\frac{1}{4}$ 和乙的 $\frac{3}{5}$ 相等(甲、乙都不等于0), 那么甲比乙多几分之几”, 拉开了一场“思路大战”。

2 运用“假设法”, 先求甲和乙

题目一出来, 学生A第一个举手, 然后跑到黑板前面, 边讲边在黑板上面书写: “我们可以根据‘甲的 $\frac{1}{4}$ 和乙的 $\frac{3}{5}$ 相等’, 先写出一个数量关系式: $\text{甲} \times \frac{1}{4} = \text{乙} \times \frac{3}{5}$, 然后假设这两个等式的结果都等于1, 当然也可以等于2、3、4……, 只不过等于1更好算, 根据 $\text{甲} \times \frac{1}{4} = \text{乙} \times \frac{3}{5}$, 算出 $\text{甲} = 1 \div \frac{1}{4} = 4$, $\text{乙} = 1 \div \frac{3}{5} = \frac{5}{3}$, 然后再计算甲比乙多几分之几 $(4 - \frac{5}{3}) \div \frac{5}{3} = \frac{7}{5}$ 。”她还特地强调了: “甲比乙多几分之几, 乙是单位‘1’, 我们要用甲比乙多的除以乙。”这样假设的方法, 通俗易懂, 计算也比较方便, 这种方法班

级中等及以下的学生都想回答。

“假设法”是研究数学问题时常用的一种重要方法，也是一种创造性思维的活动，这种假设，绝不是胡乱的猜想，是对题目中的已知条件和问题认知后的一个预判，历史上许多科学理论和实验，都是通过假设后再进行实验、推算等活动，获得最终成功的。当然，不是所有的假设都会成功，如果由假设推导出一个矛盾的关系，矛盾的结果，那说明我们的假设是错误的，可以重新寻求解决问题的办法。

3 巧用“乘法交换律”，先求甲和乙

学生乙在甲没讲完时就一直在嚷嚷着他的想法，在我多次暗示，别人发言时，我们要学会谦虚倾听，他才坚持等别人讲完，就迫不及待地来到黑板前面，拿起粉笔说：“我的方法更简单，我们可以先写一个关于乘法交换律的等式， $() \times 1/4 = () \times 3/5$ ，是 $(3/5) \times 1/4 = (1/4) \times 3/5$ ，所以甲就是 $3/5$ ，乙就是 $1/4$ ，甲比乙多几分之几，就用 $(3/5 - 1/4) \div 1/4 = 7/20 \times 4 = 7/5$ 。”说完还特自信地问：“我这乘法交换律的方法是不是更简单呢？”同学们齐声鼓励他，都说：“简简单单。”

乘法交换律是一种运算定律，两个数相乘，交换因数的位置，积不变。小学数学里的乘法交换律，更多的用在四则混合运算里的简便方法计算，乙同学能在理解了乘法交换律的基础上，十分灵活地把这样的分数关系句运用了乘法交换律，直接表示出甲和乙，是对乘法交换律的顶级运用，体现了学生思维的创新能力。

4 活用“比例的基本性质”，先求甲和乙

学生C不甘落后，听完A和B的方法说：“虽然我感觉我的方法可能没有他们的简单，但是我觉得我方法应该也是一种可行的方法。”这么谦虚的学生，作为老师的笔者必须鼓励加肯定，笔者说：“胆一点，自信一点，上来说看看吧。”得到笔者的肯定，他飞步走上讲台说：“根据甲的 $1/4$ 和乙的 $3/5$ 相等，我们可以先写出这个等量关系式 $甲 \times 1/4 = 乙 \times 3/5$ ，而这个乘法的关系式，我们可以看成是比例中的两个内项之积和外项之积，所以改成比例的形式就是 $甲 : 乙 = 3/5 : 1/4$ ，化简比， $甲 : 乙 = (3/5 \times 20) : (1/4 \times 20) = 12 : 5$ ，所以甲比乙多几分之几，就是 $(12-5) \div 5 = 7/5$ 。”我问同学们这个方法怎么样？学生们也给予了高度肯定，方法灵活赞、思路清晰赞。学生C很满足地回到了自己的座位。

灵活运用所学知识，解决实际问题是新课标的要求之一，也是能力目标的具体体现。许多数学问题都可以用比例的知识来解答。比例的基本性质是，在比例里，两个外项之积等于两个内项之积，C同学巧妙地把 $甲 \times 1/4 = 乙 \times 3/5$ ，看成两个外项之积等于两个内项之积，反写出比例 $甲 : 乙 = 3/5 : 1/4$ ，从而解决了甲比乙多几分之几的问题，许多行程问题、工程问题、浓度问题等，用比例的知识解答起来更

简单，比例的知识不仅仅在小学里运用广泛，中学里的相似三角形等，运用比例知识的解答也很普遍。

5 选用甲为单位“1”，再表示乙

一阵你争我抢的回答后，当笔者感觉同学们的方法大体就是这几种了，没想到只安静了几秒钟，平时就特别爱动脑筋的学生D站起来说：“老师，我们也可以先把甲数看成单位‘1’，那么根据题意，乙数的 $3/5$ 就是1的 $1/4$ ，这样乙数就可以用甲数表示。”她怕大家听不懂，补充说明：“这种方法相当于连续设单位‘1’，先是把甲数看成单位‘1’，那么原句就成为1的 $1/4$ 是乙的 $3/5$ ，反过来说就是乙的 $3/5$ 等于 $1/4$ ，乙是 $3/5$ 的单位‘1’，所以求单位‘1’乙，就等于： $1/4 \div 3/5 = 1/4 \times 5/3 = 5/12$ ，甲数是1，乙数是 $5/12$ ，甲数比乙数多几分之几，用甲减乙的差，再除以乙，就是 $(1 - 5/12) \div 5/12 = 7/5$ 。”思维逻辑特别严密，无懈可击，笔者竖起大拇指，给了一句“你的思路清晰到老师都佩服得五体投地了”，同学们也不约而同地用雷鸣般的掌声表达了他们的崇拜之情，这股热烈的掌声，说明他们也非常认可这样的算法。

通过把两个数量中的一个量设为单位“1”，巧妙地把另一个量也转化为是单位“1”的几分之几，统一了单位“1”，也就找到了解决这种数量关系的方法，分数、百分数应用题中，经常会遇到求单位“1”的应用题，有时候要将题目中的某一个量看作单位“1”，有时候也会把全部的量看作单位“1”，不管怎么转化，我们经常要通过：对应的量 \div 对应的分率，算出单位“1”的量，再求一些其他的问题。

6 学用乙为单位“1”，再表示乙

受学生D的启发，平时思维就特别灵活的学生E迅速站起来说：“老师，按照d说的，那我们是不是也可以先把乙看成单位‘1’，那么甲的 $1/4$ 就是1的 $3/5$ ，也就是甲的 $1/4$ 是 $3/5$ ，甲是 $1/4$ 的单位‘1’，甲就用 $3/5 \div 1/4 = 3/5 \times 4 = 12/5$ 表示，甲比乙多几分之几，就用甲减乙的差除以乙， $(12/5 - 1) \div 1 = 7/5$ 。”活学活用，一分钟的时间，思维的火花碰撞出一个新的思路，不得不说，学生们的思维是可塑的，是可挖掘的。

7 妙用“对角相乘”，求甲和乙

这节课笔者一直在默默注视着我们班的“数学小王子”F，他可不会满足大家都会的方法的，每次遇到有技巧有难度的题目，他从不会循规蹈矩、善罢甘休，总有他的妙招向同学们展示，也因此得了同学们给的光荣称号——“数学小王子”，“数学小王子”环视了一圈安静的教室，看没人举手了，他漫不经心地走到黑板前，习惯性地又推了推他那副很知性很文化的眼镜，不紧不慢地说：“老师，我总结了一个方法叫‘对角相乘’。”“啊？”一片惊讶声没有打断小王子的说话。“我用两个分数 $1/4$ 和 $3/5$ 的对角数字相

乘, $甲 = 4 \times 3 = 12$, $乙 = 5 \times 1 = 5$ 。”我班的“理论家”憋不住了,连问了三遍:“为什么?为什么?为什么?”“小王子”的王者风范毫不退缩,有条不紊地说道:“把甲平均分成4份,乙平均分成5份,甲中的1份和乙中的3份是相等的,那意思就是甲有4个乙中的3份,所以甲就是12份,乙是5份,甲比乙多几分之几,就是 $(12-5) \div 5 = 7/5$ 。”三秒钟的安静后,又是一阵雷鸣般的掌声,大家大呼“此法妙妙妙”“果然是小王子的方法最简单”。“理论家”连连甩头:“OMG,你的头脑是安装了智能系统了吗?太可怕了,简直不可思议!”

两个分数的对角相乘的原理,经常会用在两个分数的大小比较上,我们的“数学小王子”果不负其名,成功地通过理解分数的意义,理解甲和乙部分相等的关系的基础上,灵活巧妙地把4和3相乘看成甲,把1和5相乘看成乙,这不是简单地获得了数学知识,是数学知识和技能的发展,是数学学习的最高目标,真正把所学的知识,灵活运用到解决问题的实际中了,是数学创新思维发展的高度发展。

8 借用“数形结合”,直接求出问题

一阵唏嘘声感叹声吹捧声还没完全消停,文静大方的班长站起来了,他走到黑板前,拿起粉笔画起了线段图,边画图边讲解:“因为甲的 $1/4$ 和乙的 $3/5$ 相等,我们把甲平均分成4份,把乙平均分成5份,甲其中的1份是乙的 $3/5$,那么甲就相当于4个乙的 $3/5$,也就是甲是乙的 $12/5$,甲比乙多几分之几,直接用 $12/5 - 1 = 7/5$ 就可以了。”如图1所示。

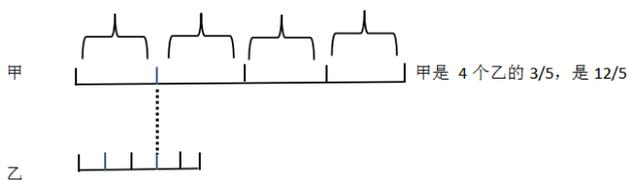


图1 “数形结合”求解

数形结合是一种重要的数学思想方法,著名数学家华罗庚先生说过:“数缺形时少直观,形少数时难入微,数形结合百般好,隔离分家万事休。”数形结合的重要性果然神奇,班长的寥寥几句讲解,就将抽象的分数问题转化为简单直观的图形问题,帮助大家更好地分析解答的思路,找到了解决的方法,大大提高了解决数学问题的思路形象化和直观化。

一石激起千层浪,七种解法,一气呵成。一节课下来,学生们滔滔不绝,一个简单的分数的等量关系,调动了他们掌握的所有学到的知识点,各种解法都很好地检验了他们对所学知识各种运用,一题多解真正体现了学生对已有知识经验和方法的理解和掌握程度,使他们把所学的各个知识点

进行有效的重组和融合。数学课标指出:学生对数学知识的掌握,不能仅依赖于死记硬背,而应以理解为基础,并在应用中不断巩固和强化,不管学生的方法是简单还是复杂,作为一名教师,一定要小心呵护他们的方法,及时的鼓励他们的想法,保护好学生一心求异的热情和欲望,这样学生才敢于“一题多解”,敢于大胆创新。数学课堂里,经常进行“一题多解”的训练,有利于培养学生的思维能力,拓宽学生的解题思路,更能更好地调动学生数学学习的兴趣和信心,让他们真正爱上数学这门学科。

9 结语

学生的创新潜能犹如一个矿藏,这个矿藏的矿产很丰富,需要人们去探索、发现和开采。而开发学生的潜能、培养学生的创新能力,关键在教师。只有创新型的教师才能实施创新教育,才能培养出创新性的学生。创新型教师在主动地教学创新的同时,也在潜移默化地利用自身的创新意识、思维及能力等因素,去感染和带动受教育者创新能力的形成和发展,为学生树立创新的榜样。例如,有的教师在进行数学解题的同时,采用了潜科学教学法,即教师在课堂上当面向学生展示自己探讨和解决数学问题的方式和方法,使学生看到了教师创新性思维的真实过程。这种教学方式从某种意义上讲,实际上是为学生的创新能力的形成起了一种示范性作用。

参考文献

- [1] 李玲.浅析小学高年级数学教学中创造性思维能力的培养[J].课程教育研究,2020(14).
- [2] 刘东莹.小学高年级数学教学中如何培养创造性思维能力浅析[J].科幻画报,2020(1).
- [3] 周义勇.小学高年级数学教学中创造性思维能力的培养[J].数学大世界(下旬),2019(6).
- [4] 陈妙葵.如何在小学高年级数学教学中培养创造性思维能力[J].试题与研究,2019(6).
- [5] 黄连成.小学高年级数学教学中创造性思维能力的培养[J].试题与研究,2019(2).
- [6] 杨凌.小学高年级数学教学中创造性思维能力培养路径的思考与探索[J].考试与评价,2018(12).
- [7] 陈朝就.小学高年级数学教学中创造性思维能力的培养[J].读写算,2018(19).
- [8] 王辉贤.小学高年级数学教学中创造性思维能力的培养研究[J].数学学习与研究,2018(10).
- [9] 高燕.小学高年级数学教学中的创造性思维能力培养[J].数学大世界(下旬),2018(3).
- [10] 林丽玉.小学高年级数学教学中创造性思维能力的培养略谈[J].读写算,2020(4).