

# Optimization of LMD algorithm based on adaptive step size

Bowen Zhang Yubo Song Dapeng Zhu

Institute of Mechanical and Electrical Technology, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou, Gansu, 730070, China

## Abstract

In this paper, an improved LMD algorithm is proposed to solve the problem of sliding step selection in Local Mean mode Decomposition (LMD). In this paper, the key evaluation index is constructed based on the amplitude-frequency characteristics of the signal, and the threshold segmentation is performed by Otsu method, and the adaptive sliding step length strategy is constructed. With the proposed sliding step size adaptive selection strategy of signal amplitude-frequency characteristics, suitable sliding step size can be selected according to different signal characteristics. The experimental results show that the improved LMD method can effectively solve the problem of step size selection, and the Decomposition performance is better than Variational Mode Decomposition (VMD).

## Keywords

LMD; Vibration signal mode decomposition; Adaptive sliding step size; Otsu

# 基于自适应步长的 LMD 算法优化研究

张博文 宋宇博 朱大鹏

兰州交通大学机电技术研究所, 中国·甘肃 兰州 730070

## 摘要

本文针对局部均值模态分解 (Local Mean Decomposition, LMD) 在应用中存在的滑动步长选择问题, 提出了一种改进的 LMD 算法。本文基于信号幅频特性构建关键评价指标, 并通过大津法 (Otsu) 进行阈值分割, 构建滑动步长的自适应策略。随着信号幅频特性的滑动步长自适应选择策略的提出, 实现了针对不同信号特性选择合适的滑动步长。实验结果表明, 改进后的 LMD 方法有效解决了步长选择问题, 并在分解性能上优于变分模态分解 (Variational Mode Decomposition, VMD)。

## 关键词

LMD; 振动信号模态分解; 自适应滑动步长; Otsu

## 1 引言

振动信号作为滚动轴承寿命预测的重要依据, 其退化特征经常用于轴承的寿命预测, 合适的信号分解方法对于退化特征的准确提取具有重要影响<sup>[1-3]</sup>。滚动轴承振动信号具有非平稳、非线性的特点<sup>[4-5]</sup>, 国内外学者围绕上述特点提出了众多的信号分解方法, 如短时傅里叶变换<sup>[6]</sup> (STFT)、小波包分析<sup>[7]</sup> (WPT)、经验模态分解<sup>[8]</sup> (EMD) 以及局部均值模态分解<sup>[9]</sup> (LMD) 等;

LMD 分解结果和分解速率与滑动步长相关。不同的步长对均值线段和包络线段具有不同的平滑效果。滑动平均步长选择较大值时, 通过少量的平滑操作即可获取局部均值线段和局部幅值线段的大致趋势信息, 计算效率较高, 但会造

成局部细节信息丢失。随着滑动平均步长取值逐渐变小, 信号的局部细节特征能够更完整地保留下来, 但平滑迭代次数会增加, 计算效率降低, 同时不利于抑制随机误差。为了平衡 LMD 算法的分解效果和计算效率, 目前多采用固定的滑动平均步长。Smith 使用滑动平均法 (MA) 并以极值点间最大距离的三分之一作为滑动步长进行平滑运算<sup>[10]</sup>。Zhang 等通过线性插值、有理插值、三次样条插值、三角基样条插值等替代 MA, 得到局部均值函数和包络估计函数<sup>[11-14]</sup>。利用这些插值方法更改平滑方式跳过了选择步长的操作, 但是这些插值方法需要较高的插值节点密度且容易出现过包络和欠包络。张亢对不同步长的平滑效果进行了研究, 发现当步长减小到一定长度情况下继续减小步长对结果精度提升很小, 只会增加平滑过程计算量, 并提出以相邻极值点间距离的平均值作为滑动步长<sup>[15]</sup>。陈建营提出以相邻极值点最大值的黄金分割点较小部分作为滑动步长<sup>[22]</sup>。虽然优化后的滑动平均步长在平衡 LMD 算法的分解效果和计算效率方

【作者简介】张博文 (1999-), 中国甘肃临洮人, 硕士, 从事轴承寿命预测、智能运维研究。



避免信号的极性影响，而且平方项常用于表示信号的能量和功率。通常滚动轴承中振幅范围为(0.001,1) mm，频率范围为(10,10000) Hz，为了防止参数间数量级相差过大产生精度失真问题，且保证C对于f和A的变化有相同的敏感度。对f和A用离差标准化法进行归一化处理，将结果映

射到区间[0,1]得到f'、A'。式中后半部分考虑到复杂信号会使f和A呈现相反趋势变化，进而对c的影响产生中和，故在后面加上了max(f'),(A')，除此之外考虑到高频或者高幅信号可能含有特别信息选择了max函数。利用幅频特征值c可将分析信号分为三类，通过式(13)实现滑动步长确定。

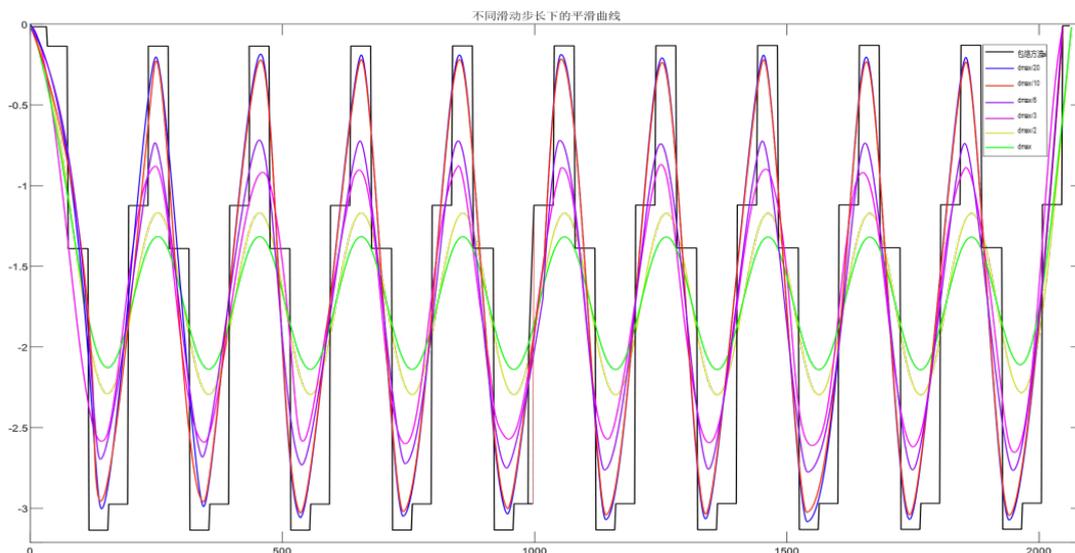


图 2.1 (a) 不同步长对包络方波 ai 平滑结果

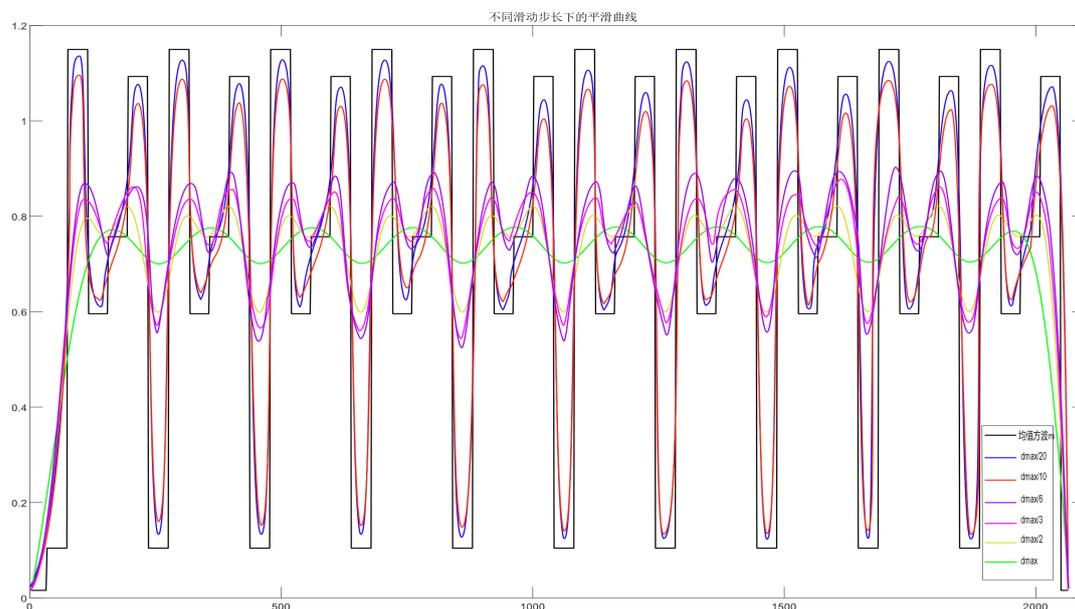


图 2.1 (b) 不同步长对均值方波 mi 平滑结果

表 2.1 不同步长对均值方波 mi 平滑次数

步长	dmax	dmax/2	dmax/3	dmax/6	dmax/10	dmax/20
包络估计函数(平滑次数)	2	2	3	6	9	17
局部均值函数(平滑次数)	2	2	3	6	9	17

$$s = \begin{cases} \text{odd} \left[ \min \left( \frac{d_{\max}}{3}, \bar{d} \right) \right] & c_i \geq c_H \\ \text{odd} \left[ \min \left( d_{\max} \times (1 - \Phi), \bar{d} \right) \right] & c_H > c_i > c_L \quad (13) \\ \text{odd} \left[ \max \left( \frac{d_{\max}}{3}, \bar{d} \right) \right] & c_L \geq c_i \end{cases}$$

式(13)中 $\Phi$ 为黄金分割比， $c_i$ 为第*i*个信号的幅频特征值， $c_H$ 是由高幅阈值 $A_H$ 和高频阈值 $f_H$ 确定， $c_L$ 是由低幅阈值 $A_L$ 和低频阈值 $f_L$ 确定。 $A_H$ 、 $f_H$ 、 $A_L$ 、 $f_L$ 是利用Otsu算法求解两次类间方差分别获得， $A_H$ 和 $A_L$ 的类间方差的计算公式为式(14)。

$$\sigma_B^2(T_A) = \frac{N_{\text{low}}(T_A) \cdot N_{\text{high}}(T_A)}{N^2} \cdot (\overline{A_{\text{high}}(T_A)} - \overline{A_{\text{low}}(T_A)}) \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (14)$$

式(14)中， $N$ 为频谱成分数， $N_{\text{low}}(T_A)$ 为低幅频谱成分数， $N_{\text{high}}(T_A)$ 为高幅频谱成分数， $\overline{A_{\text{high}}(T_A)}$ 为高幅信号的平均幅值， $\overline{A_{\text{low}}(T_A)}$ 为低幅信号平均幅值。第一次Otsu算法得到 $A_H$ ，第二次Otsu算法得到 $A_L$ 。同理可得到高频阈

值 $f_H$ 和低频阈值 $f_L$ 。

## 4 实验验证

实验利用美国凯斯西储大学轴承实验室公开轴承数据集进行实验。实验轴承为SKF6205型单列深沟球轴承，实验中的故障信号是利用电火花加工技术在外滚道引入了0.178mm的故障。试验采样频率为48000Hz，电机转速为1797r/min。

### 4.1 自适应步长效果分析

为了验证自适应步长在LMD分解的平滑过程中的有效性，分别计算了LMD分解后的 $h_i$  false函数和 $s_i$  false函数。图3.3.1中图(a)、图(c)为本文方法选择步长平滑所得，图(b)、图(d)为原始的d/3步长平滑所得。对比图(a)、图(b)可知，本文方法平滑得到的 $h_i$ 的局部特征细节得到保留，可以防止 $h_i$ 局部细节的丢失。对比图(c)、图(d)可知，本文方法本文平滑得到的 $s_i$ 中波峰更多，意味着 $s_i$ 保留的信息更多，可以为后续分解运算提供更多有用信息。

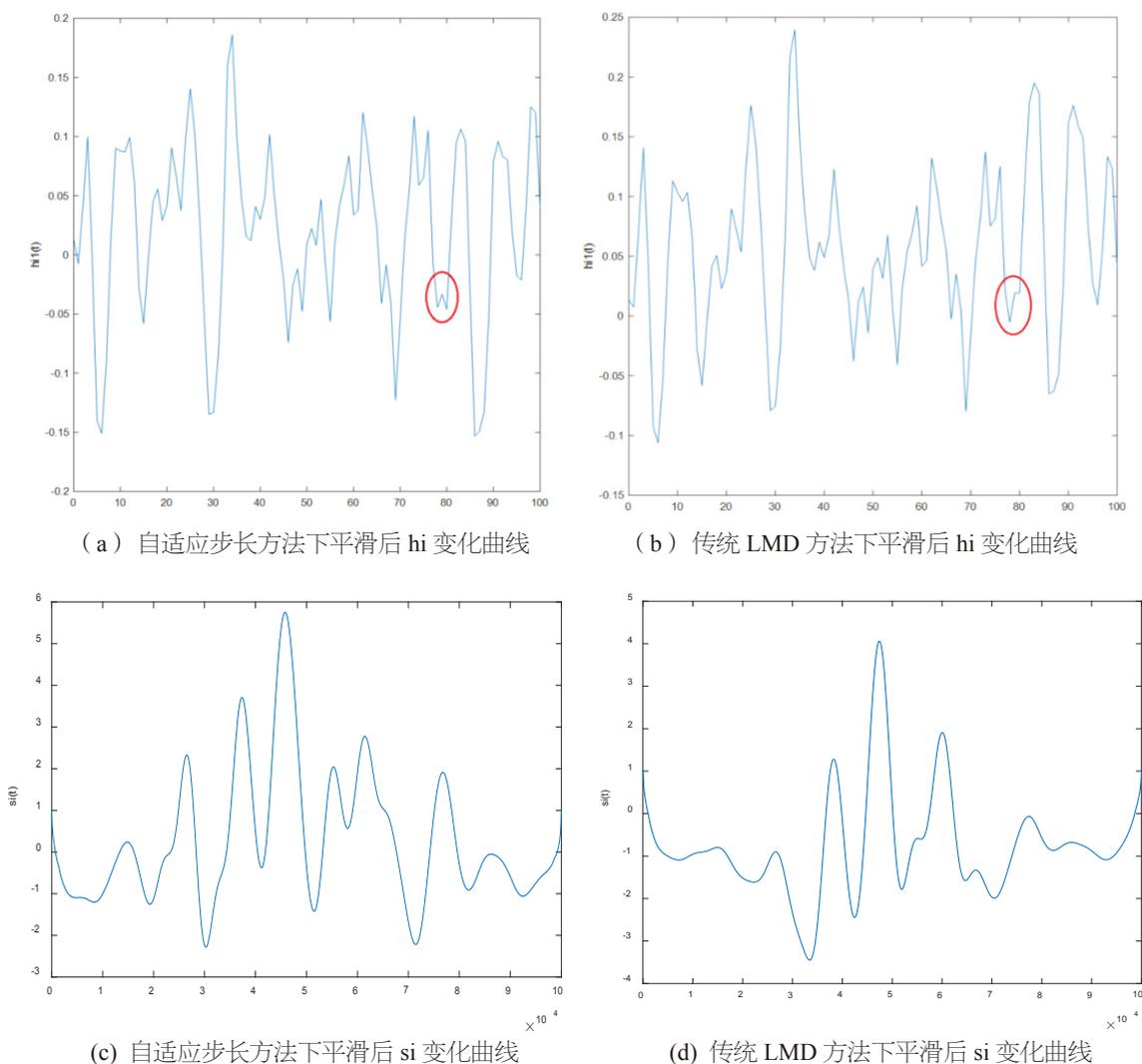


图 3.1.1 LMD 分解部分过程函数对比

为了验证自适应步长相较于其他步长在分解效果上的优越性，我们计算了不同滑动步长下 LMD 分解各分量的相关系数和分解误差，实验结果如图 3.1.2 所示，在图 3.1.2 中，绿色柱体表示相关系数，黄色柱体表示分解误差。通过对比图中不同步长下的分解情况可知，自适应步长下分解的四个分量均得到了完整的分解，且前三个分量的相关系数显著高于其他步长下的结果，同时残余分量的分解误差较高。虽然步长为  $d_{max}/6$  时的残余分量分解误差高于自适应步长下的结果，但其残余分量的相关系数明显高于自适应步长的结果，这表明在  $d_{max}/6$  下的分解并不彻底。综合各分量的分析结果，自适应步长下的分解效果最佳。

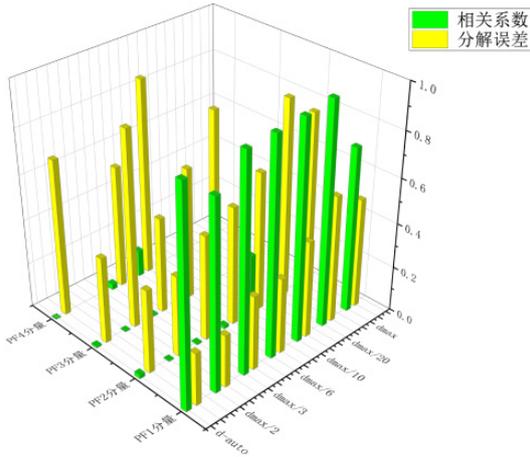
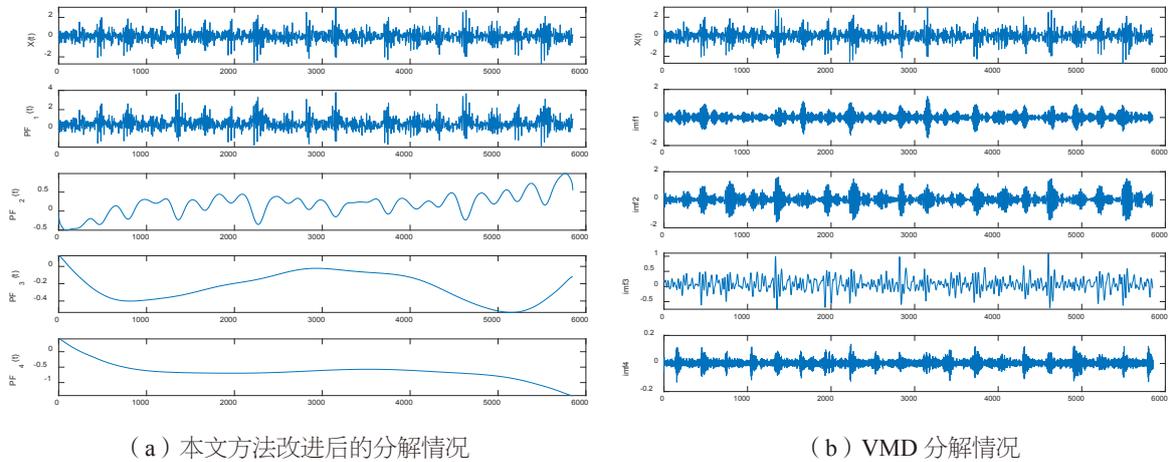


图 3.1.2 不同步长下 LMD 分解各分量结果对比

## 4.2 改进 LMD 算法分解性能对比分析

为了验证本文提出的改进 LMD 算法在分解性能上的优越性，本文利用西储大学的轴承数据集，并与 VMD 算法的分解结果进行了对比。两种方法的分解结果分别如图 3.2 (a) 和 3.2 (b) 所示。从图中两种分解情况下的模态分量可以看出，改进后的 LMD 分解结果在每一阶段都有明显的简化，逐步提取出了有效信息，且残余分量呈现出单调性，符合 LMD 算法的理论预期，表明分解较为彻底。而 VMD 算法的结果则在第二个分量之后才开始显著简化，且残余分量甚至比前一个分量更为复杂，显示出分解不够完全。为了更加直观地对比两种方法的优劣，本文在信号分解过程中，同时计算了 LMD 算法和 VMD 算法分解结果的相关性和分解误差，计算结果见表 3.1。

对比表 3.1 可知，在本文方法改进分解结果 PF 分量 1 的相关系数更大，蕴含有效信息更多。对于其他有效分量 PF2、PF3 而言，VMD 的分解结果的相关系数更高，而且在 VMD 分解结果中 PF2 的相关系数甚至大于 PF1，而且 VMD 残余分量相关性较高，前一次未分解完全的信息带到了后续的分解结果，说明 VMD 分解结果不彻底。除此之外，VMD 分解结果中残余分量的分解误差较低与有效分量的分解误差接近，也佐证了 VMD 分解不够彻底，模态混叠明显。综上所述，VMD 分解结果中部分有效分量相关性更高，但是由于 VMD 分解不够彻底引起的模态混叠，本文方法改进后的 LMD 更优，分解得更加彻底，分解结果更可靠。



(a) 本文方法改进后的分解情况

(b) VMD 分解情况

图 3.2 改进 LMD 与 VMD 对比

表 3.1 改进后的 LMD 与 VMD 算法分解分量的相关系数与分解误差

改进后 LMD			改进前 LMD		
PF 分量	相关系数	分解误差	PF 分量	相关系数	分解误差
PF 分量 1	0.9647	0.2335	PF 分量 1	0.5779	0.2323
PF 分量 2	0.0073	0.3603	PF 分量 2	0.7787	0.1406
PF 分量 3	0.005361	0.3500	PF 分量 3	0.4621	0.2667
PF 分量 4 (残余分量)	0.0006	0.9375	PF 分量 4 (残余分量)	0.1818	0.3369

## 5 结论

为了改善 LMD 算法的分解性能, 本文从平滑步长的选择方面对 LMD 算法进行了改进, 具体内容如下:

①本文研究发现, 在 LMD 算法中, 固定滑动步长无法有效满足不同信号的平滑计算需求。面向滑动步长选择问题, 本文基于信号频率和振幅设计了幅频特征值, 并应用大津法完成阈值分割, 制定出完整的自适应步长选择策略, 克服了固定步长在不同信号平滑计算中的局限性。

②以相关系数、分解误差以及延拓极值与真实值的误差作为评价指标的对比实验结果表明, 基于信号频率和振幅特征建立的滑动步长自适应选择方法, 在保证算法计算效率的同时, 有效改善了 LMD 信号分解分量的性能。

## 参考文献

- [1] 殷玉枫, 张闯. 表面波纹度激励下的滚动轴承非线性接触噪声分析[J]. 噪声与振动控制, 2011, 31(01): 43-47.
- [2] 吴正海, 邓四二, 张文虎, 等. 滚动轴承流场可视化模拟与检测技术研究现状[J]. 轴承, 2024, (05): 21-43.
- [3] 王婧, 许志伟, 刘文静, 等. 滚动轴承健康智能监测和故障诊断机制研究综述[J]. 计算机科学与探索, 2024, 18(04): 878-898.
- [4] 郭盼盼, 张文斌, 崔奔, 等. 一种滚动轴承早期微弱故障检测与诊断方法[J/OL]. 航空动力学报, 1-18[2024-11-12].
- [5] 姚廷强, 薛翔露, 韩佳轩, 等. 考虑外圈变形和轴承座支承作用的球轴承动力学研究[J]. 振动与冲击, 2024, 43(18): 42-56.
- [6] Michal M, Grzegorz P, Pawel K. Identification of Grain Oriented SiFe Steels Based on Imaging the Instantaneous Dynamics of Magnetic Barkhausen Noise Using Short-Time Fourier Transform and Deep Convolutional Neural Network[J]. Materials, 2021, 15(1): 118-118.
- [7] Qian H, Wang G, Zhang Y, et al. Monitoring of interface separation damage in buckling-restrained steel plate shear walls using piezoelectric based smart aggregates under cyclic loading[J]. Measurement, 2025, 239115522-115522.
- [8] Kumar S, Panigrahy D, Sahu P. Denoising of Electrocardiogram (ECG) signal by using empirical mode decomposition (EMD) with non-local mean (NLM) technique[J]. Biocy-bernetics and Biomedical Engineering, 2018, 38(2): 297-312.
- [9] Dong X N, Rong L L, Jian W, et al. An Improved Empirical Mode Decomposition Based on Local Integral Mean and Its Application in Signal Processing[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2021, 2021.
- [10] 李文华, 姜惠, 赵正元, 等. 基于波形匹配端点延拓法优化的经验模态分解算法在铁路继电器参数降噪上的应用[J]. 电工技术学报, 2022, 37(10): 2656-2664.
- [11] DENG L, ZHAO R. An improved spline-local mean decomposition and its application to vibration analysis of rotating machinery with rub-impact fault [J]. Journal of Vibroengineering, 2014, 16(1): 414-433.
- [12] LI Y, XU M, ZHAO H, et al. A new rotating machinery fault diagnosis method based on improved local mean decomposition [J]. Digital Signal Processing, 2015, 46(C): 201-214.
- [13] CHEN P, CHEN H G, CHEN W H. Improved ensemble local mean decomposition based on cubic trigonometric cardinal spline interpolation and its application for rotating machinery fault diagnosis [J]. Advances in Mechanical Engineering, 2020, 12(7): 1-19.
- [14] 张亢, 石阳春, 唐明珠, 等. 局部波动特征分解及其在滚动轴承故障诊断中的应用研究[J]. 振动与冲击, 2016, 35(01): 89-95.
- [15] 陈建营. 高速铁路轨道不平顺数据处理中的LMD算法改进及其应用[D]. 西南交通大学, 2021.