

Tail-dependence Coefficient Analysis of Unstable Stocks in Chinese Stocks

Zhibin Sun Xiangxiang Zhang

College of Science, North China University of Technology, Beijing, 100144, China

Abstract

Unstable stocks is the most attractive type in the Chinese stock. Violent volatility breeds huge wealth, but it is often accompanied by huge risks. However, there are few researches on the tail-dependence risk of unstable stocks in Chinese stocks. As a common model in financial research and risk research, Copula function has a good description about tail-dependence risk correlation. Therefore, Copula function is adopted in this paper to study tail-dependence risk of unstable stocks, and non-parametric estimation method is used to obtain tail related risk coefficients of unstable stocks in Chinese stocks.

Keywords

copula function; tail-dependence coefficient; non-parameter estimation

中国股市异动股票的尾部相关风险分析

孙志宾 张香香

北方工业大学理学院, 中国·北京 100144

摘要

异动股票是股市中最引人注目的类型, 剧烈的波动孕育着巨大的财富效应, 可是也往往伴随着巨大的风险, 而国内目前对异动股票尾部风险相关的研究却不多。Copula 函数作为金融研究和风险研究中的常用模型, 对尾部风险相关性也具有较好的刻画。因此, 本文采用 Copula 函数对异动股票的尾部相关风险进行研究, 并利用非参数估计法得出了中国股市异动股票的尾部相关风险系数。

关键词

Copula 函数; 尾部相关系数; 非参数估计

1 引言

1.1 基于 Copula 的尾部相关系数

现在设 x 和 y 是连续型随机变量, 它们的分布则是 $F(x)$ 和 $G(y)$, 那么, 尾部相关性的条件概率就是: $P(y > v | x > u)$, 当 u, v 都很大时的极限性质。而对连续随机变量, 自然有 $P(y > v | x > u) = P(G(y) > G(v) | F(x) > F(u)) = P(V > G(v) | U > F(u))$ 。而 U, V 的分布是 (x, y) 的 Copula 函数 $C(u, v)$ ^[1]。因此, 尾部相关性就与函数 $\lambda(u, v) = P(V \geq G(v) | U \geq F(u))$ 有关。

当 $u=v$ 时, 上式可以简化为用 $\lambda(u)$ 表示, $\lambda(u) = P(V \geq G(u) | U \geq F(u))$, 若 $u \rightarrow \infty$ 时, $\lim_{u \rightarrow \infty} \lambda(u) = \lambda$ 存在, 那么 λ 就 x 和 y 的尾部相关系数。很明显, λ 存在时, 一定有 $0 \leq \lambda \leq 1$ 。

现设 $X = (X_1, X_2)'$ 是二维随机向量, 则其上尾相关系数可以设定为:

$$\lambda_U = \lim_{v \rightarrow 1} \lambda_U(v) = \lim_{v \rightarrow 1} P\{X_1 > F_1^{-1}(v) | X_2 > F_2^{-1}(v)\} > 0 \quad (1-1)$$

其下尾相关系数则可定义为

$$\lambda_L = \lim_{v \rightarrow 0^+} P\{X_1 \leq F_1^{-1}(v) | X_2 \leq F_2^{-1}(v)\} \quad (1-2)$$

下面我们用 Copula 理论来解释尾部相关^[2], 设 $X = (X_1, X_2)'$ 的 Copula 为 C , 则:

$$\lambda_v = \lim_{v \rightarrow 1} \frac{1 - 2v + C(v, v)}{1 - v} \quad (1-3)$$

$$\lambda_l = \lim_{v \rightarrow 0^+} \frac{C(v, v)}{v} \quad (1-4)$$

Schmidt 证明了下述结果:

- ①由上尾相关可以得到 $\phi'(1) = 0$ 且 $\lambda_v = 2 - (\phi^{-1} \circ 2\phi)'(1)$ 。
- ②由 $\phi'(1) < 0$ 可以得到上尾相关。

③由 $\phi'(0) > -\infty$ 或者一个严格单调的 ϕ 可以得到下尾相关。

④由下尾相关可以得到 $\phi'(0) = -\infty$, 对一个严格单调的 ϕ , 且 $\lambda_L = (\phi^{-1} \circ 2\phi)'(0)$ 。

1.2 尾部相关系数的非参数估计

设 $X, X^{(1)}, \dots, X^{(m)}$ 为 i, i, d 的二元随机变量, 其分布函数为 F , Copula 为 C 。假设其有连续的边际分布函数 $F_i, i=1, 2$, 令 C_m 定义如下

$$C_m(u, v) = F_m(F_m^{-1}(u), F_m^{-1}(v)) \quad (1-5)$$

其中 F_m, F_m 表示相应于 $F, F_i, i=1, 2$ 的经验分布函数, $R_m^{(j)}$ 和 $R_m^{(j)}$ 为 $X_1^{(j)}$ 和 $X_2^{(j)}$ 秩, $j=1, \dots, m$, 下面给出基于公式 (1) 和公式 (2) 的上尾和下尾^[3]相关系数的非参数估计量,

$$\hat{\lambda}_{v,m}^{(1)} = \frac{m}{k} C_m \left(\left[1 - \frac{k}{m}, 1 \right] \times \left[1 - \frac{k}{m}, 1 \right] \right) = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^m 1 \{ R_{m1}^{(j)} > m-k, R_{m2}^{(j)} > m-k \} \quad (1-6)$$

$$\hat{\lambda}_{L,m}^{(1)} = \frac{m}{k} C_m \left(\frac{k}{m}, \frac{k}{m} \right) = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^m 1 \{ R_{m1}^{(j)} \leq k, R_{m2}^{(j)} \leq k \} \quad (1-7)$$

此处当 $m \rightarrow \infty$ 时, $k = k(m) \rightarrow \infty, k/m \rightarrow 0$, 公式 (1-6) 必须理解为在区间 $\left[1 - \frac{k}{m}, 1 \right] \times \left[1 - \frac{k}{m}, 1 \right]$ 上的经验 Copula 度量, 其中, k 的选取思想类似于最小二乘法有偏估计中的岭迹法^[31]: 先对一些较小的 k 逐个尝试, 最后分别画出上下尾相关系数值与 k 的图形, 判断 k 取何值时图形趋于稳定, 否则继续对 k 取值, 但此过程需满足: 当 $m \rightarrow \infty$ 时, $k/m \rightarrow 0$ 。

2 中国股市异动股票尾部相关系数估计

本部分使用中国股票市场的异动股票数据进行分析, 得到了异动股票尾部的关系, 从而使投资者可以更好的选择异动股票。在此基础上, 给出了基于 copula 的最优投资组合^[4]的方法, 可以更好的规避风险。

选取 2016 年 7 月至 2019 年 8 月中国国旅、万华化学、贵州茅台、海螺水泥、中国平安的日涨跌幅度为研究对象, 样本共有 775 个数据 (数据来源于 www.resset.cn)。

2.1 中国国旅和万华化学的尾部相关系数

在分析之前, 先画出中国国旅和万华化学的散点图, 观察二者之间是否存在相关性。通过散点图可以看出, 中国国旅和万华化学存在正相关关系, 且上尾的相关性大于下尾的

相关性, 中国国旅的变化会影响万华化学的变化, 反之, 万华化学的变化会影响中国国旅的变化。利用软件可以计算出, 中国国旅和万华化学的 *kendall* τ 为 0.4879, *spearman* 相关系数为 0.46378, 这说明两只股票存在秩相关关系, 可以采用非参数估计方法来计算二者的尾部相关系数。经过计算, 二者之间的上尾相关系数为 0.451, 下尾相关系数为 0.237。这个计算结果所反应的信息与散点图直观表达的信息是一致的, 而且更清晰地说明二者之间的上尾相关性强于下尾相关性。

尾部相关系数反应的是中国国旅和万华化学股价在极值处同时大于或同时小于某个数值的概率大小, 即两只股票股价尾部可能会相关变化的概率大小。具体而言, 当中国国旅股价大于某个数时, 万华化学也可能大于某个数的概率为 0.451, 当中国国旅股价小于某个数时, 万华化学的股价也小于某个数的概率是 0.237。

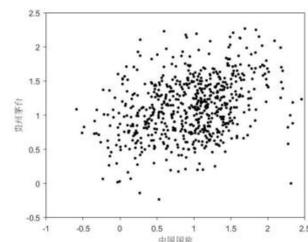


图 2-1

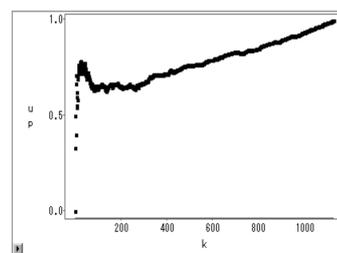


图 2-2

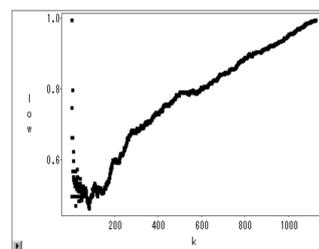


图 2-3

2.2 中国国旅和贵州茅台的尾部相关系数

通过中国国旅和贵州茅台由散点图可知: 中国国旅和贵州茅台存在比较强的正相关关系, 且上尾的相关性更强。因

此, 中国国旅股价的变动应该会影响贵州茅台的变动, 反之亦然。

通过软件计算出二者的 *kendall τ* 为 0.68931, *spearman* 相关系数为 0.6581。这表明中国国旅和贵州茅台的变动程度关联性达到 0.68931, 而且二者的秩相关性也是极高。依据上文同样的方法, 可以计算出二者的上尾相关系数是 0.6546, 下尾相关系数是 0.5282。这个结果与散点图所反映的信息是一致的, 二者的上尾相关性强于下尾相关性。这说明, 当中国国旅股价变动幅度大于某个数时, 贵州茅台变动幅度大于某个数值的概率是 0.6546; 当中国国旅股价变动幅度小于某个数时, 贵州茅台变动幅度也小于某个数值的概率是 0.5282。因此, 较好的刻画出了中国国旅和贵州茅台尾部变化性。

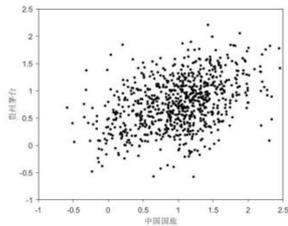


图 2-4

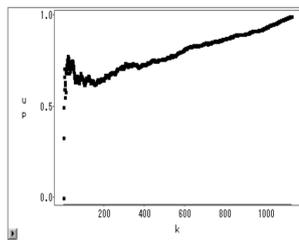


图 2-5

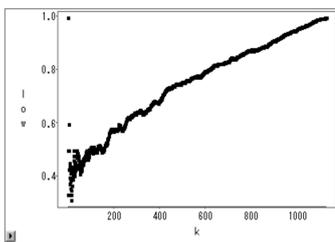


图 2-6

2.3 中国国旅和海螺水泥的尾部相关系数

通过中国国旅和海螺水泥的散点图可以看出, 中国国旅和海螺水泥也存在正相关关系, 二者也是上尾相关性强于下尾。

利用软件计算出二者的 *kendall τ* 是 0.62726, *spearman* 相关系数是 0.6129。这说明中国国旅和海螺水泥变动程度的一

致性达到 0.62726, 且两只股票的秩相关程度也是极高。用同样的方法可以计算出二者的上尾相关系数是 0.5721, 下尾相关系数为: 0.4358, 这与散点图反映的信息是相符合的。计算结果表明, 当中国国旅股价变动幅度大于某个数时, 海螺水泥股价变动幅度大于某个数的概率是 0.5721, 当中国国旅股价变动幅度小于某个数时, 海螺水泥股价变动幅度小于某个数的概率是 0.4358。因此, 很好的刻画出了中国国旅和海螺水泥两只股票股价变动幅度尾部变化的相关性。

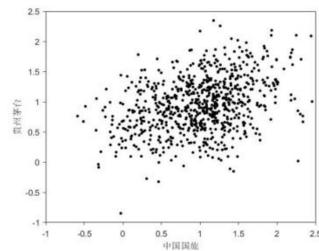


图 2-7

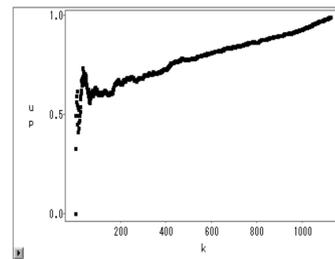


图 2-8

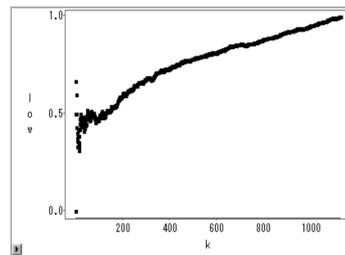


图 2-9

2.4 中国国旅和中国平安的尾部相关系数

通过散点图可以看出, 中国国旅和中国平安的股价变动存在一定的正相关关系, 但相关性略弱。因此, 中国国旅股价变化会对中国平安股价变动产生一定影响, 反之亦然。

通过软件得到二者的 *kendall τ* 为 0.63751, *spearman* 相关系数为 0.58836。这说明中国国旅和中国平安股价变动幅度一致的程度大小为 0.63751, 而且二者的秩相关程度超过 0.5。通过相同的方法计算出二者上尾的相关系数是 0.6837, 下尾

相关系数是 0.5376, 这个结果与散点图表示的信息是一致的。这说明, 当中国国旅股价波动幅度大于某个数时, 中国平安股价波动幅度也大于某个数的概率是 0.6837, 当中国国旅股价波动幅度小于某个数时, 中国平安股价波动幅度也小于某个数的概率是 0.5376。对二者股价波动幅度之间的相关性进行了较好的刻画。

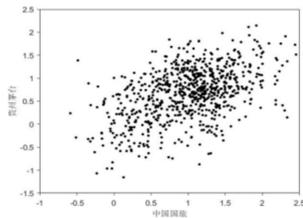


图 2-10

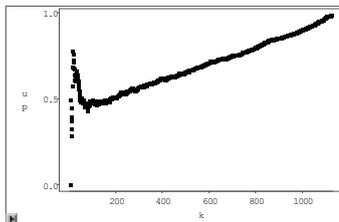


图 2-11

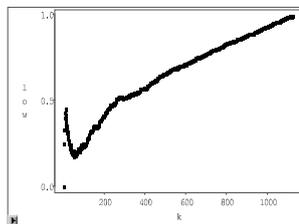


图 2-12

3 结论

从中国股市异动股票尾部相关性表中可以看出, 中国国旅和贵州茅台股价波动幅度一致性的概率最大, 秩相关程度

也是最高的; 而中国国旅和万华化学的股价波动幅度一致性概率最低, 相对应的秩相关程度也是最低。以尾部相关系数表示的尾部风险相关性来看, 中国国旅和贵州茅台的股价波动幅度上尾相关性最高, 而中国国旅与中国平安股价波动幅度的下尾相关性最高。相比较而言, 中国国旅与贵州茅台、中国平安股价波动幅度的尾部相关性明显高于与其它两只股票的相关性, 这可能与它们所处的行业有关系。这一特点既符合股票市场本身的特性, 也比较符合中国国情, 即中国股市更多的与政策、信息等相关, 因此有对某些行业利好消息时, 行业本身及其相关联行业都会产生大的波动, 而与其关联不大的行业则波动不大。之所以这种波动还会有所区别, 可能是与中国整体的发展环境有关, 2016 年开始, 中国房地产也依旧得到了很大的发展, 因此与其相关的水泥行业较化学行业会产生更大的波动幅度。

表 1 中国股市异动股票尾部相关性

股票指数 \ 相关系数	<i>kendall</i> τ	<i>spearman</i>	λ_u	λ_l
中国国旅和万华化学	0.48790	0.46378	0.451	0.237
中国国旅和贵州茅台	0.68931	0.6581	0.6546	0.5282
中国国旅和海螺水泥	0.62726	0.6129	0.5721	0.4358
中国国旅和中国平安	0.63751	0.58836	0.6837	0.5376

参考文献

- [1] 张尧庭. 连接函数 (copula) 技术与金融风险分析 [J]. 统计研究, 2002(4):48-51.
- [2] 王璐, 王沁, 庞皓. 股票收益率尾部相关性的 Copula 度量及模拟. 数学的实践与认识 2007,37(10):57-61.
- [3] 刘国光, 王慧敏. 沪深股市收益分布尾部特征研究. 数理统计与管理, 2005,24(3):108-112.
- [4] 梁冯珍, 钟君, 史道济. 尾部相关性对投资组合 VaR 的影响分析. 系统工程理论与实践, 2007(7):64-68.