

Kinematic Simulation Analysis of Industrial Robots

Qi An Ping Liu

Shanghai Shanda University, Shanghai, 201209, China

Abstract

With the rapid development of China's industry, the application of robots in factories is also increasing. Industrial robot designers need to design the motion space, rod length, joint Angle of the robot, and first need to simulate the movement of the robot. In this paper, the observation method, literature method and experimental research method are adopted, and the software is used to simulate and draw the positive and inverse kinematics of the robot, which intuitively shows the robot motion law. So that the designers of industrial robots can intuitively make a preliminary judgment of the rationality of the design parameters of the robot, so as to more convenient design of industrial robots in line with the expected goal, and obtain the robot motion space and other data.

Keywords

industrial robot; forward kinematics simulation; inverse kinematics simulation

工业机器人运动学仿真分析

安琪 刘平

上海杉达学院, 中国 · 上海 201209

摘要

中国工业飞速发展,机器人在工厂里的应用场合也在不断增广。工业机器人设计者需要对机器人的运动空间、杆长、关节转角等进行设计,首先需要对机器人进行运动仿真。本论文采用观察法、文献法以及实验研究法,并使用软件对机器人正逆运动学进行仿真和图形绘制,直观地表现出机器人运动规律,从而使工业机器人的设计者能够直观地对机器人设计参数的合理性做出初步判断,从而更便捷地设计出符合预期目标的工业机器人,且获得机器人的运动空间等数据。

关键词

工业机器人; 正运动学仿真; 逆运动学仿真

1 引言

在具体生产作业中,工业机器人需要完成指定的任务,工业机器人设计人员就需要对机器人的各个参数进行设计,从而确定机器人的运动情况、工作空间大小。这需要对机器人的正逆运动学进行求解^[1]。

工业机器人按照机械结构分为串联机器人和并联机器人^[2,3]。对于串联机器人的运动仿真方法和过程是一致的,因此本论文选择六自由度机器人为例进行正逆运动学以及空间运动范围的求解和仿真。

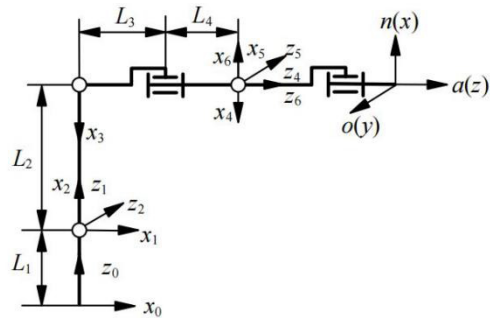


图 1 六自由度机器人 D-H 坐标

2 六自由度机器人正运动学分析

2.1 六自由度串联机器人的正运动学求解

根据常见六自由度串联机器人关节的形式,建立 D-H 坐标系,并对机器人运动解析式的影响参数 L_1 、 L_2 、 L_3 、 L_4 以及各关节转角赋值,如图 1、表 1 所示。

表 1 六自由度机器人 D-H 坐标参数

杆	毫米		度	
	a_{i-1}	d_i	α_{i-1}	关节变量 θ_i
1	0	L_1 (335)	0	θ_1 (-180~180)
2	0	0	-90	θ_2 (-90~90)
3	L_2 (400)	0	0	θ_3 (-180~180)
4	0	L_3+L_4 (397)	90	θ_4 (-90~90)
5	0	0	-90	θ_5 (-180~180)
6	0	0	-90	θ_6 (-180~180)

【作者简介】安琪 (1993-), 女, 中国湖北襄阳人, 硕士, 助教, 从事机器人技术研发及应用研究。

列出各杆相对于前一根杆的变换矩阵。其变换矩阵表达式如下所示：

$${}^{i-1}T_i = \text{Rot}(x_i, a_{i-1}) \text{Trans}(x_i, a_{i-1}) \text{Trans}(z_i, d_i) = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ s\theta_i c\alpha_{i-1} & c\theta_i c\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} d_i \\ s\theta_i s\alpha_{i-1} & c\theta_i s\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

其中, $c\theta = \cos\theta$, $s\theta = \sin\theta$, 其他依此类推。

将 i 等于 0~6 代入上述表达式, 列出各个相邻坐标系的齐次变换矩阵, 然后从右向左将相邻杆变换矩阵依次累积相乘, 可得机器人杆 i 相对于基座的变换矩阵。当 i 为 6 时, 得机器人末端相对于基座坐标系的变换矩阵。带入杆长等相关参数, 得到机器人运动学正解。

$${}^0T_6 = {}^0T_1 T_1({}^1T_2 T_2({}^2T_3 T_3({}^3T_4 T_4({}^4T_5 T_5({}^5T_6 T_6(\theta_6) = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

变换矩阵中各元素具体表达式可计算得出：

$$n_x = s\theta_6(c\theta_4 s\theta_1 - s\theta_4(c\theta_1 s\theta_2 s\theta_3 - c\theta_1 c\theta_2 c\theta_3)) - c\theta_6(c\theta_5(s\theta_1 s\theta_4 + c\theta_4(c\theta_1 s\theta_2 s\theta_3 - c\theta_1 c\theta_2 c\theta_3)) + s\theta_5(c\theta_1 c\theta_2 s\theta_3 + c\theta_1 c\theta_3 s\theta_2)) \quad (1)$$

$$n_y = c\theta_6(c\theta_5(c\theta_1 s\theta_4 + c\theta_4(c\theta_2 c\theta_3 s\theta_1 + s\theta_1 s\theta_2 s\theta_3)) - s\theta_5(c\theta_2 s\theta_1 s\theta_3 + c\theta_3 s\theta_1 s\theta_2)) - s\theta_6(c\theta_1 c\theta_4 - s\theta_4(c\theta_2 c\theta_3 s\theta_1 - s\theta_1 s\theta_2 s\theta_3)) \quad (2)$$

$$n_z = -c\theta_6(c(\theta_2 + \theta_3)s\theta_5 + s(\theta_2 + \theta_3)c\theta_4 c\theta_5) - s(\theta_2 + \theta_3)s\theta_4 s\theta_6 \quad (3)$$

$$o_x = c\theta_6(c\theta_1 c\theta_4 - s\theta_4(c\theta_1 s\theta_2 s\theta_3 - c\theta_1 c\theta_2 c\theta_3)) + s\theta_6(c\theta_5(s\theta_1 s\theta_4 + c\theta_4(c\theta_1 s\theta_2 s\theta_3 - c\theta_1 c\theta_2 c\theta_3)) + s\theta_5(c\theta_1 c\theta_2 s\theta_3 + c\theta_1 c\theta_3 s\theta_2)) \quad (4)$$

$$o_y = -c\theta_6(c\theta_1 c\theta_4 - s\theta_4(c\theta_2 c\theta_3 s\theta_1 - s\theta_1 s\theta_2 s\theta_3)) - s\theta_6(c\theta_5(s\theta_1 s\theta_4 + c\theta_4(c\theta_1 c\theta_3 s\theta_1 - s\theta_1 s\theta_2 s\theta_3)) - s\theta_5(c\theta_2 s\theta_1 s\theta_3 + c\theta_3 s\theta_1 s\theta_2)) \quad (5)$$

$$o_z = s\theta_6(c(\theta_2 + \theta_3)s\theta_5 + s(\theta_2 + \theta_3)c\theta_4 c\theta_5) - s(\theta_2 + \theta_3)c\theta_6 s\theta_4 \quad (6)$$

$$a_x = c\theta_5(c\theta_1 c\theta_2 s\theta_3 + c\theta_1 c\theta_3 s\theta_2) - s\theta_5(s\theta_1 s\theta_4 + c\theta_4(c\theta_1 s\theta_2 s\theta_3 - c\theta_1 c\theta_2 c\theta_3)) \quad (7)$$

$$a_y = s\theta_5(c\theta_1 s\theta_4 + c\theta_4(c\theta_2 c\theta_3 s\theta_1 - s\theta_1 s\theta_2 s\theta_3)) + c\theta_5(c\theta_2 s\theta_1 s\theta_3 + c\theta_3 s\theta_1 s\theta_2) \quad (8)$$

$$a_z = c(\theta_2 + \theta_3)c\theta_5 - s(\theta_2 + \theta_3)c\theta_4 s\theta_5 \quad (9)$$

$$p_x = L_2 c\theta_1 c\theta_2 - s(\theta_2 + \theta_3)c\theta_1(L_3 + L_4) \quad (10)$$

$$p_y = L_2 c\theta_2 s\theta_1 - s(\theta_2 + \theta_3)s\theta_1(L_3 + L_4) \quad (11)$$

$$p_z = L_1 - c(\theta_2 + \theta_3)(L_3 + L_4) - L_2 s\theta_2 \quad (12)$$

2.2 六自由度串联机器人正运动学仿真和验证

第一, 建立以上六自由度工业机器人 SimMechanics 模型, 以各个关节转角为输入, 机器人末端位置坐标以及其欧

拉角为输出。

第二, 利用机器人末端变换矩阵各元素表达式编写 Simulink 函数, 以机器人六个关节转角为输入, 以末端位置坐标及末端欧拉角为输出。最后, 在各关节转角范围内, 任意给 SimMechanics 模型与 Simulink 模型对应的各转角作为输入, 将两个对应的输出进行比较, 图 2 为仿真后的误差, 由图中误差数量级知 (1) 至 (12) 表达式是合理的, 即上述求得运动学正解正确。

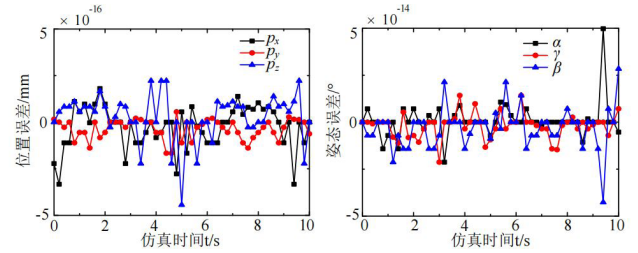


图 2 六自由度串联机器人正运动学误差结果

验证正运动学的合理性后, 在其他应用中可直接为各关节转角一定的值, 从而得到机器人末端的位置和姿态参数。

3 六自由度串联机器人逆运动学分析

3.1 六自由度串联机器人逆运动学求解

已知六自由度串联机器人末端连杆的位姿, 利用运动方程 (13), 求其各关节变量作为运动逆解。

$${}^0T_6 = {}^0T_1 T_1({}^1T_2 T_2({}^2T_3 T_3({}^3T_4 T_4({}^4T_5 T_5({}^5T_6 T_6(\theta_6) = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

在式 (13) 两边同时左乘 ${}^0T_1^{-1}(\theta_1)$ 得 (14), 利用等号两端矩阵的第二行第四列元素对应相等, 求得如式 (15)。

$${}^0T_1^{-1}(\theta_1){}^0T_6 = {}^1T_2 T_2({}^2T_3 T_3({}^3T_4 T_4({}^4T_5 T_5({}^5T_6 T_6(\theta_6) \quad (14)$$

$$\theta_1 = a \tan 2(p_y, p_x) \quad (15)$$

利用等号两端矩阵的第一行第四列和第三行第四列元素对应相等, 将两式平方相加求得 θ_3 如式 (16)。

$$\theta_3 = a \tan 2(k, \sqrt{1-k^2})$$

$$k = \frac{(p_x^2 + p_y^2 + (p_z - d_1)^2 - (d_3 + d_4)^2 - a_2^2)}{(2a_2 * (d_3 + d_4))} \quad (16)$$

$$\theta_2 = a \sin \left(\frac{-a^2 c\theta_3}{\sqrt{((d_1 - p_z) + (p_x c\theta_1 + p_y s\theta_1))^2}} - \theta_3 - a \tan 2(d_1 - p_z), p_x c\theta_1 + p_y s\theta_1 \right) \quad (17)$$

$$\theta_4 = a \tan \left(\frac{a_x s\theta_1 - a_y c\theta_1}{a_z c(\theta_2 + \theta_3) - a_x s(\theta_2 + \theta_3) c\theta_1 - a_y s(\theta_2 + \theta_3) s\theta_1} \right) \quad (18)$$

将式 (13) 左右两边同时乘以 ${}^3T_4^{-1}(\theta_4){}^2T_3^{-1}(\theta_3){}^1T_2^{-1}(\theta_2){}^0T_1^{-1}(\theta_1)$,
联立等式求取 θ_5 如式 (19) 所示。

$$\theta_5 = a \tan 2 \left(\begin{aligned} & -c\theta_1c\theta_2c\theta_4s\theta_3 - s\theta_1s\theta_4 + c\theta_1c\theta_3c\theta_4s\theta_2 + \\ & a_y(c\theta_1s\theta_4 + c\theta_2c\theta_4s\theta_1s\theta_3 + c\theta_3c\theta_4s\theta_1s\theta_2) - \\ & a_zc(\theta_2 + \theta_3)c\theta_4, (a_xs(\theta_2 + \theta_3) + a_xc(\theta_2 + \theta_3)c \\ & (\theta_1) + a_xc(\theta_2 + \theta_3)c(\theta_1) + a_yc(\theta_2 + \theta_3)s(\theta_1)) \end{aligned} \right) \quad (19)$$

利用等式 ${}^0T_5^{-1}(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5){}^0T_6 = {}^5T_6(\theta_6)$, 求得 θ_6 如式 (20) 所示。

$$\theta_6 = a \tan 2 \left(\begin{aligned} & (n_x(c\theta_4s\theta_1 + c\theta_1c\theta_2s\theta_3s\theta_4 + c\theta_1c\theta_3s\theta_2s\theta_4) + n_y(c\theta_2s\theta_1s\theta_3s\theta_4 \\ & - c\theta_1c\theta_4 + c\theta_3s\theta_1s\theta_2s\theta_4) - n_zc(\theta_2 + \theta_3)s\theta_4), (-n_x(c\theta_1c\theta_2c\theta_3s\theta_5 \\ & - c\theta_3s\theta_1s\theta_4 - c\theta_1s\theta_2s\theta_3s\theta_5 + c\theta_1c\theta_2c\theta_4c\theta_3s\theta_5 + c\theta_1c\theta_3c\theta_4c\theta_3s\theta_2) \\ & - n_y(c\theta_1c\theta_3s\theta_4 + c\theta_2c\theta_3s\theta_1s\theta_5 - s\theta_1s\theta_2s\theta_3s\theta_5 + c\theta_2c\theta_4c\theta_3s\theta_1s\theta_3 \\ & + c\theta_3c\theta_4c\theta_3s\theta_1s\theta_2 - n_z(c\theta_2c\theta_3s\theta_5 + c\theta_3s\theta_2s\theta_5 - c\theta_2c\theta_3c\theta_4c\theta_3 \\ & + c\theta_1c\theta_3s\theta_2s\theta_3) \end{aligned} \right) \quad (20)$$

则式 (15) 至 (20) 为六自由度串联机器人运动学逆解。

3.2 六自由度串联机器人逆运动学 Matlab 仿真与验证

利用 Matlab 将式 (15) 至 (20) 编写成六自由度串联机器人逆运动学 Simulink 模型, 在机器人各关节变量范围内任意给其一组数值作为机器人正运动学 Simulink 模型的输入, 将运算后的机器人末端位姿数据作为输入给机器人逆运动学 Simulink 模型, 然后将计算后的各关节变量输出值与机器人正运动学 Simulink 模型的输入值作对比, 与之对应的误差结果, 如图 3 所示。由图中误差数量级知 (15) 至 (20) 表达式是合理的, 即上述求得的六自由度串联机器人运动学逆解正确。

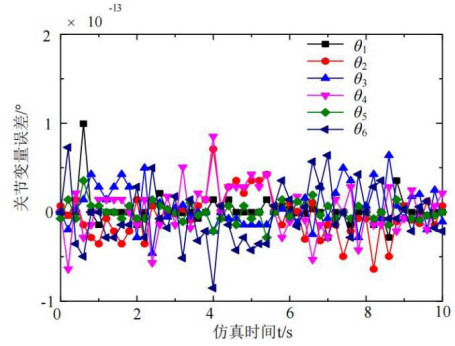


图 3 六自由度串联机器人逆运动学误差结果

4 结语

通过上述方法, 可以获得当前各关节和杆件参数下, 机器人的正逆运动学求解与仿真结果。得正逆运动学正解, 设计者可利用正运动学求出机器人工作空间, 并判断当前的工作空间是否满足位姿需求。从而确定机器人机械结构设计参数, 也可为机器人运动轨迹以及机器人关节转角控制提供数据支持。

参考文献

- [1] 庄正浩, 高袁晨曦, 闻贝拉, 等. 基于任务规划的机器人运动学分析与仿真研究[J]. 计量与测试技术, 2022, 49(12): 45-49.
- [2] 马江. 六自由度机械臂控制系统设计与运动学仿真[D]. 北京: 北京工业大学, 2009.
- [3] 钟勇, 朱建新. 机器人工作空间求解的新方法[J]. 凿岩机械气动工具, 2003(4): 11-13.