

# 预应力混凝土连续梁非对称预应力钢束伸长值假设计算

## Calculation of Hysteresis for Pre-stressed Concrete Continuous Beams and Asymmetrical Pre-stressed Steel Strands

邢光然

Guangran Xing

中铁十七局集团第三工程有限公司, 中国·河北 石家庄 050000

China Railway No. 17 Bureau Group Third Engineering Co. Ltd., Shijiazhuang, Hebei, 050000, China

**【摘要】**随着高速铁路的快速发展,预应力混凝土连续梁施工越来越多,预应力混凝土连续梁的核心工序是预应力工程。高速铁路预应力混凝土连续梁预应力施加采用两端对称张拉,对称钢束的伸长值计算较为简单,但非对称钢束伸长值的计算十分复杂。论文通过现场实际操作并结合铁路规范、标准、规程,阐述非对称钢束伸长值计算方法。

**【Abstract】**With the rapid development of high-speed railways, more and more pre-stressed concrete continuous beams are being constructed. The pre-stressed concrete continuous beam core work is pre-stressed. The pre-stressing of the pre-stressed concrete continuous beam on high-speed railway adopts symmetrical stretching at both ends. The calculation of the elongation of the symmetrical steel beam is relatively simple, but the calculation of the elongation value of the asymmetric steel beam is very complicated. The paper discusses the method for calculating the elongation of asymmetric steel beams through actual operation on site and in combination with railway specifications, standards and procedures.

**【关键词】**非对称钢束;不动点;假设;伸长值

**【Keywords】**asymmetric steel beam; fixed point; hypothesis; elongation

**【DOI】**<http://dx.doi.org/10.26549/gejsygl.v2i7.934>

## 1 引言

铁路预应力混凝土连续梁一般结构形式为3跨一联,常见跨度组合为32+48+32m、40+64(56、72)+40m、48+80(88)+48m、60+100+60m、75+128(125)+75m等;也有多孔跨形成一联连续梁,常见形式有A+B×n+A,其中n≥2;有不等跨度预应力混凝土连续梁组合,但不常见。

中跨预应力钢束一般均为对称形式,伸长值计算容易理解,但预应力混凝土连续梁边跨预应力钢束一般为非对称式,伸长值计算不容易理解,也不容易计算,论文在参考多篇文献后,结合跨宁启铁路特大桥511#墩~514#墩(40+64+40)m预应力混凝土连续梁现场预应力施工实际情况,深入浅出的对预应力混凝土连续梁非对称钢束伸长值的计算给出简捷计算方法。

## 2 预应力混凝土连续梁工程概况

本连续梁采用单箱单室、变高度、变截面结构。端支座处及边跨直线段和跨中处梁高为2.6m,中支点处梁高5.0m;梁底下缘按圆曲线变化,圆曲线半径R=181.502m;箱梁顶宽12.2m,箱梁底宽6.00~6.436m。顶板厚37cm;底板厚度44~100cm,按圆曲线变化至中支点梁根部,中支点处加厚到145cm;腹板厚度分为50~70cm,按折线变化。梁段内设置纵向预应力钢束,纵向预应力钢束采用标准强度 $f_{pk}=1860\text{MPa}$ 、弹性模量为 $E_p=1.95\times 10^5\text{MPa}$ ,公称直径为15.2mm II级高强度低松弛钢绞线。纵向预应力钢束两端对称、同步张拉。

(40+64+40)m预应力混凝土连续梁边跨底板钢束22束,22束钢束为12-7φ5,锚下应力 $\sigma_0=1300\text{MPa}$ 。设计图纸,图号:上桥(2014)2261-III,孔道摩阻系数取0.25,孔道偏差系数取0.0025,预应力钢束竖弯半径6m;梁底下缘线半径181.502m。

### 3 预应力混凝土连续梁非对称钢束平面 图绘制

连锁铁路(40+64+40)m 预应力混凝土连续梁全桥预应力钢束共 210 束,其中非对称预应力钢束 56 束,对称预应力钢束 144 束,非对称预应力钢束比例 27%。

根据设计图纸,在 CAD 中绘出预应力钢束平面位置图。

40+64+40m 连续梁边跨底板 B5 钢束大样图,钢束空间位置如图 1,图中标注单位厘米。

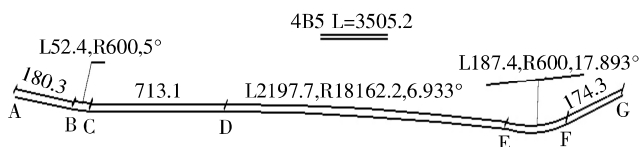


图 1 40+64+40m 连续梁边跨底板 B5 钢束平面图

### 4 预应力混凝土连续梁非对称钢束“不动点”位置

预应力混凝土连续梁纵向钢束张拉以张拉力控制为主、伸长值控制为辅,应力、伸长值双控措施。伸长值计算是预应力施工技术的难点。对称钢束,钢束不动点在钢束正中心,而非对称钢束的不动点一般不在钢束中心,因此只有确定钢束不动点位置,才能确定两端端钢束长度,进而算出两端钢束对应的伸长值。

#### 4.1 不动点的理论位置

混凝土连续梁纵向钢束采用两端同步张拉,当钢束上某点左右应力平衡时,此点就为非对称钢束钢束的理论不动点。

#### 4.2 不动点位置的理论公式推导

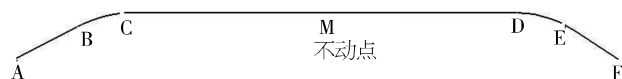


图 2 钢束分段组成图

如图 2,一束预应力钢束有 n 段组成,采用两端张拉。锚下控制应力  $\sigma_0 = \sigma_A = \sigma_F$ 。预应力钢束每段张拉力计算时,计算过程如下:

$$P_A = \sigma_0 S$$

$$P_B = P_A \times e^{-(\kappa x_{AB} + \mu \theta_{AB})} = \sigma_0 S \times e^{-(\kappa x_{AB} + \mu \theta_{AB})}$$

$$P_C = P_B \times e^{-(\kappa x_{BC} + \mu \theta_{BC})} = \sigma_0 S \times e^{-(\kappa x_{AC} + \mu \theta_{AC})}$$

$$P_M = P_C \times e^{-(\kappa x_{CM} + \mu \theta_{CM})} = \sigma_0 S \times e^{-(\kappa x_{AM} + \mu \theta_{AM})}$$

$$P_F = \sigma_0 S$$

$$P_E = P_F \times e^{-(\kappa x_{EF} + \mu \theta_{EF})} = \sigma_0 S \times e^{-(\kappa x_{FE} + \mu \theta_{FE})}$$

$$P_D = P_E \times e^{-(\kappa x_{ED} + \mu \theta_{ED})} = \sigma_0 S \times e^{-(\kappa x_{FD} + \mu \theta_{FD})}$$

$$P_M = P_D \times e^{-(\kappa x_{DM} + \mu \theta_{DM})} = \sigma_0 S \times e^{-(\kappa x_{FM} + \mu \theta_{FM})}$$

以上计算公式中 S 为预应力钢束断面面积,当 M 点为非

对称预应力钢束不动点时,则有:

$$\sigma_0 \times e^{-(\kappa x_{AM} + \mu \theta_{AM})} = \sigma_0 \times e^{-(\kappa x_{FM} + \mu \theta_{FM})}$$

M 点为我们已知的不动点,当非对称钢束不动点未知时,可以借鉴上式。

下面我们就不对称钢束不动点做推导。

预应力钢束是连续的。任意一点 n 的应力公式如下:

$$\sigma_n = \sigma_0 \times e^{-(\kappa x + \mu \theta)}$$

式中:  $\sigma_0$  为预应力钢束锚下控制应力

$\sigma_n$  为预应力钢束任意一点应力

x 为任意一点至钢束起点的钢束长度

$\theta$  为任意一点至钢束起点的曲线管道切线夹角之和(rad)

钢束不动点两侧的应力值相同,即  $\sigma_{n左} = \sigma_{n右}$ ,代入上式,

得

$$\sigma_0 \times e^{-(\kappa x_{左} + \mu \theta_{左})} = \sigma_{n左} = \sigma_{n右} = \sigma_0 \times e^{-(\kappa x_{右} + \mu \theta_{右})}$$

简化后得下式:

$$\kappa x_{左} + \mu \theta_{左} = \kappa x_{右} + \mu \theta_{右}$$

$X_{左}$  为不动点左侧钢束长度,  $\theta_{左}$  为不动点左侧曲线管道切线夹角之和

$X_{右}$  为不动点右侧钢束长度,  $\theta_{右}$  为不动点右侧曲线管道切线夹角之和

钢束总长为  $L = X_{左} + X_{右}$ , 钢束曲线管道切线夹角之和为  $\theta = \theta_{左} + \theta_{右}$ 。

把以上关系式代入,整理得出下式:

公式-1

$$\kappa x_{左} + \mu \theta_{左} = \frac{\kappa L + \mu \theta}{2} = A$$

#### 4.3 不动点位置的理论公式解析

根据公式-1,若钢束为对称钢束,那么不动点位于钢束对称中心点;若为非对称钢束,那不动点一般不位于钢束长度中心点。任何钢束空间位置确定后,钢束的锚下控制应力、钢束孔道材料选定(确定孔道偏差系数  $\kappa$  与管道摩擦系数  $\mu$ )、钢束空间位置确定(确定钢束长度 L 与钢束曲线管道切线夹角  $\theta$ ),那么钢束的不动点就确定了;即公式-1 右侧为常数,这个常数只与孔道偏差系数  $\kappa$ 、孔道摩擦系数  $\mu$ 、曲线管道切线夹角  $\theta$ 、钢束长度 L 有关。我们定义这个常数为 A。

选取任意一钢束,对上述公式进行分析。如图 3,分两种情况,钢束不动点位于直线上与位于曲线上。

假设不动点位于直线段上,公式-1 如  $\kappa x_{左} + \mu \theta_{左} = A$ 。  $\theta_{左} = \theta_1$ ,  $x_{左} = L_1 + L_2 + \alpha L_3$ , 以上关系式代入公式-1,  $\alpha$  的计算值位于范围 [0,1], 即说明不动点位于该直线段上,若  $\alpha$  计算值不在 [0,1] 内,说明不动点不位于该直线段上。根据  $\alpha$  的计算值估算不动点位于该钢束直线段的左侧或右侧,若  $\alpha < 0$ , 则不动点应在该

直线段左侧,若  $\alpha > 1$ ,则不动点应在该直线段右侧。

假设不动点位于曲线段上,公式—1 如  $\kappa x_{左} + \mu \theta_{左} = A$ 。 $\theta_{左} = \theta_1 + \alpha L_4 / R$ ,  $x_{左} = L_1 + L_2 + L_3 + \alpha L_4$ , 圆弧与半径关系式  $L = R\theta$  (rad),  $L_4 = \theta_2 R$ 。以上关系式代入公式—1,  $\alpha$  的计算值位于范围[0,1], 即说明不动点位于该曲线段上,若  $\alpha$  计算值不在[0,1]内,说明不动点不位于该曲线段上。根据  $\alpha$  的计算值估算不动点位于该钢束曲线段的左侧或右侧,若  $\alpha < 0$ ,则不动点应在该曲线段左侧,若  $\alpha > 1$ ,则不动点应在该曲线段右侧<sup>[1]</sup>。

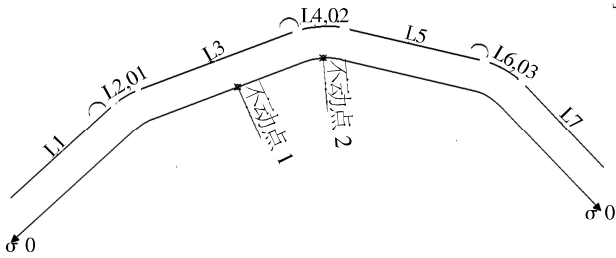


图 3 非对称钢束不动点示意

## 5 案例计算

根据以上所述,以跨宁启铁路特大桥 511# 墩~514# 墩边跨底板非对称钢束 B5 为例,对以上公式推导进行应用。

### 5.1 预应力钢束 B5 参数

B5 钢束参数如下(根据图 2-1 得出):

直线段 AB  $L_1$ :  $L_1 = 1.803\text{m}$ ;

曲线段 BC  $L_2$ :  $L_2 = 0.524\text{m}$ ,  $R = 6\text{m}$ ,  $\theta = 0.0873\text{rad}$ ;

直线段 CD  $L_3$ :  $L_3 = 7.131\text{m}$ ;

曲线段 DE  $L_4$ :  $L_4 = 21.977\text{m}$ ,  $R = 181.622\text{m}$ ,  $\theta = 0.1210\text{rad}$ ;

曲线段 EF  $L_5$ :  $L_5 = 1.874\text{m}$ ,  $R = 6\text{m}$ ,  $\theta = 0.3123\text{rad}$ ;

直线段 FG  $L_6$ :  $L_6 = 1.743\text{m}$ ;

钢束总长  $L = 35.052$ , 曲线管道夹角之和  $\theta = 0.5206\text{rad}$ ;

孔道偏差系数  $\kappa = 0.0025$ , 管道摩阻系数  $\mu = 0.25$ 。

### 5.2 计算过程

常数  $A = (\kappa x + \mu \theta) / 2 = 0.1089$

假设 B5 钢束不动点位于钢束长中点,即位于曲线段 4 上。

根据公式  $\kappa x_{左} + \mu \theta_{左} = A$ 。 $\theta_{左} = \theta_1 + \alpha L_4 / R = 0.0873 + 0.1211\alpha$ ,  $x_{左} = L_1 + L_2 + L_3 + \alpha L_4 = 1.803 + 0.524 + 7.131 + 21.972\alpha$ , 把上述关系式代入公式—1, 整理计算出  $\alpha = 0.7444$ 。

$\alpha$  在[0,1]区间内,说明钢束不动点在曲线段 4 上。

B5 钢束不动点在曲线段 4 上, 不动点距圆弧左侧起点  $21.977 * 0.7444 = 16.360\text{m}$ 。

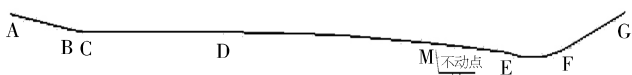


图 4 B5 钢束不动点

## 5.3 伸长值计算

根据以上计算过程,钢束 B5 左侧长度  $L_{左} = 25.818\text{m}$ , 右侧长度  $L_{右} = 9.234\text{m}$ 。

根据《铁路混凝土工程施工技术规程》附录 C, 公式 C.0.3-3 计算伸长值。

$$\Delta L_i = \frac{\delta_i X_i}{E_y (\kappa x_i + \mu \theta_i)} [1 - e^{-(\kappa x_i + \mu \theta_i)}]$$

绘制 excel 表格,进行电算,计算结果为:

$$\Delta L_{左} = 162.2\text{mm}, \Delta L_{右} = 57.5\text{mm}。$$

## 6 结语

铁路预应力混凝土连续梁非对称钢束伸长值的计算的重点在于钢束“不动点”的定位,受对称钢束钢束中点启发,结合规范、规程总结如下。

### 6.1 计算步骤

首先,根据图纸绘制钢束位置图。

其次,在位置图上标注钢束要素,在钢束两端部标注锚下应力设计值。直线段钢束要素包括钢束长度、孔道偏差系数;曲线段钢束要素包括钢束弧长、转角角度(rad)、孔道偏差系数、孔道摩阻系数。

然后,找出钢束长度中心点,并明示钢束长度中心位于直线或曲线上。

最后,按照公式—1 计算常数 A,假设非对称钢束位于钢束长度中心点所在的区段,计算求解  $\alpha$ 。

### 6.2 “不动点”的理解

非对称钢束在两端对称张拉时,在钢束上有一点为应力平衡点,应力平衡点即为“不动点”。不动点在位移上为零,为左右两侧应力损失平衡点。

### 6.3 对 $\alpha$ 判断的理解与解释

根据综上所述,形成如下结论:

若  $0 \leq \alpha \leq 1$ ,则表明不动点位于该钢束分段上。

若  $\alpha > 1$ ,说明不动点不在该钢束分段上,且不动点在该钢束分段的右侧。左侧应力损失小于右侧应力损失,不动点需右移,左侧应力损失增大,右侧应力损失减少。

若  $\alpha < 0$ ,说明不动点不在该钢束分段上,且不动点在该钢束分段的左侧。左侧应力损失大于右侧应力损失,不动点需左移,左侧应力损失减少,右侧应力损失增大。

### 参考文献

- [1]董旭.预应力混凝土连续梁桥施工控制研究[D].西安:西安建筑科技大学,2015.
- [2]柳惠芬.预应力混凝土连续梁弯曲性能研究[D].上海:同济大学,2007.