Discussion on the Insights in the Monadic N-dimensional Equation

Rongxiong Li

Wanning Reservoir Management Office of Wanning City, Hainan Province, Wanning, Hainan, 571500, China

Abstract

This paper makes a detailed analysis of the one-variable n-degree equation and the general equation greater than the 5th power.

X^6 + X^5 + X^4 + X^3 + X^2 + X^1 ＝ 1

The roots of the above equations are:

X_1≈0.504；X_2≈ – 1.19；X_3 ＝ 0.47517 + 0.99579i；

X_4 ＝ 0.4735 – 0.9971i；X_5 ＝ – 0.6313 + 0.9825i；

X_6 ＝ – 0.6313 – 0.9825i.

Above, the symbol of “i” is an imaginary unit.

Keywords

one-variable n-degree equation; greater than 5th power; one-variable quadratic equationn

谈一元 n 次方程中的见解

李荣雄

海南省万宁市万宁水库管理处，中国 • 海南 万宁 571500

摘　要

论文针对一元n次方程，大于5次方的一般方程进行详细的剖析。

X^6 + X^5 + X^4 + X^3 + X^2 + X^1 ＝ 1

以上这个方程它们的根分别是：

X_1≈0.504；X_2≈ – 1.19；X_3 = 0.47517 + 0.99579i；

X_4 = 0.4735 – 0.9971i；X_5 = – 0.6313 + 0.9825i；

X_6 = – 0.6313 – 0.9825i.

以上，“i”的符号为虚数单位。

关键词

一元n次方程；大于5次方；一元二次方程

1 引言

经过检验以上这些根都能使方程 X^6 + X^5 + X^4 + X^3 + X^2 + X^1 ＝ 1 两边的值相等。所以，它们都是方程 X^6 + X^5 + X^4 + X^3 + X^2 + X^1 ＝ 1 的根。

从这里可以看到 a_n X^n + a_(n – 1) X^(n – 1) + a_2 X^2⋯ + a_2 X^2 + a_1 X^1 + C ＝ 0（a_n 为复数，n 为自然数，C 为常数）的一元 n 次方程已经被破解。

可见，一元 n 次方程，大于 5 次方的一般方程没法解，从现在起，已经是历史了[1]。

2 论证

如果一元 n 次方程有一个根 X = a + bi（a、b 为实数、i 为虚数单位），那么，这个根坐落在平面直角坐标系上的横坐标处的长度为：

|a| + |b| ＝ M（M 为正实数）[2]。其证明如下：

因为一元二次方程 AX^2 + BX + C ＝ 0（A ≠ 0）中，

【作者简介】李荣雄（1966–），男，中国海南万宁人，从事数学研究。

设 X = a + bi.

A（〖a + bi）〗^2 + B（a + bi）+ C = 0

A（"a" ^2 + 2abi – b^2）+ Ba + Bbi + C = 0

Aa^2 + 2abAi – Ab^2 + Ba + Bbi + C = 0

Aa^2 – Ab^2 + Ba + C = 0　　（1）

2abA + Bb = 0　　（2）

由（2）得：

a = – B/2A　　（3）

又设 | a | + | b | = M（M 为常数）.

＜1＞当 a ＜ 0，b ＞ 0 时，b = M + a.

把 b = M + a 代入（1）得：

Aa^2 – A〖（M + a）〗^2 + Ba + C = 0

Aa^2 – AM^2 – 2MaA – Aa^2 + Ba + C = 0

a = (AM^2 – C)/(B – 2MA)

∴ – B/2A = (AM^2 – C)/(B – 2MA)

∴ 2A^2 M^2 – 2BAM – 2A C + B^2 = 0

∴ M = (2BA ± √ (〖（ – 2BA）〗^2-4（2A^2）（ – 2A C + B^2)))/(2(2A^2)) = (B ± √(〖 – B 〗^2 + 4A C))/2A;

所以，b = M + a = (B ± √ (〖 – B 〗^2 + 4A C))/2A + (– B)/2A = (± √ (〖 – B 〗^2 + 4A C))/2A.

＜2＞当 a ＜ 0，b ＜ 0 时，b = – M – a.

把 b = – M – a 代入上式（1）得：

Aa^2 – A〖（ – M – a）〗^2 + Ba + C = 0

Aa^2 – AM^2 – 2AMa – Aa^2 + Ba + C = 0

– AM^2 – 2AMa + Ba + C = 0

∴ a = (– AM^2 + C)/(2AM – B)

又∵ a = (– B)/2A

∴ (– B)/2A = (– AM^2 + C)/(2AM – B)

∴ – AMB + B^2 = – 2A^2 M^2 + 2A C

∴ 2A^2 M^2 – 2AMB + B^2 – 2A C = 0

M = (2AB ± √ (〖（2AB）〗^2-4（2A^2）（B^2 – 2A C ）))/(2（2A^2）) = (B ± √ (– B^2 + 4A C))/2A

∴ b = – M – a0 = (– B ∓ √ (B^2 + 4A C))/2A – (– B)/2A = (∓ √ (〖 – B 〗^2 + 4A C))/2A.

＜3＞当 a ＞ 0，b ＞ 0 时，| a | + | b | = M，b = M – a.

把 b = M – a 代入上式（1）得：

Aa^2 – A〖（M – a）〗^2 + Ba + C = 0

〖Aa〗^2 – AM^2 + 2AMa – Aa^2 + Ba + C = 0

– AM^2 + 2AMa + Ba + C = 0

∴ a = (AM^2 – C)/(2AM + B)

又∵ a = (– B)/2A

∴ (– B)/2A=(AM^2 – C)/(2AM + B)

∴ 2A^2 M^2 – 2A C = – 2ABM – B^2

2A^2 M^2 + 2ABM + B^2 – 2A C = 0

M = (-2AB ± √ (〖（2AB）〗^2-4 × 2A^2（B^2 – 2A C ）ac))/(2 × 2A^2 a)

= (-2AB ± √ (4A^2 B^2-8A^2 B^2 + 16A^3 C))/(4A^2)

= (-2AB ± √ (– 4A^2 B^2 + 16A^3 C ac))/(4A^2 a)

= (-B ± √ (– B^2 + 4A C ac))/2Aa

所以，b = M – a = (-B ± √ (〖 – B 〗^2 + 4A C ac))/2Aa – (– B)/2A

= (± √ (– B^2 + 4A C ac))/2Aa.

又例如：X^3 + X + A = 0，设，X = a + bi（a、b 为实数，i 为复数单位），

那么，〖（a + bi）〗^3 + X + A = 0

那么，（a^2 – b^2 + 2abi）（a + bi）+（a + bi）+A = 0

a^3 + a^2 bi – ab^2 – b^3 i + 2a^2 bi – 2ab^2 + a + bi + A = 0

所以：

a^3 – 3ab^2 + a + A = 0　　（4）

a^2 b – b^3 + 2a^2 b + b = 0　　（5）

由（5）得：

a^2 – b^2 + 2a^2 + 1 = 0　　（6）

由（6）得：

b^2 = 3a^2 + 1　　（7）

把（7）代入（4）得，a^3 – 3a（〖3a〗^2 + 1）+ a + A = 0

所以，a^3 – 9a^3 – 3a + a + A = 0

所以：

– 8a^3 – 2a + A = 0　　（5）

如果，| a | + | b | = M，

＜1＞当 a ＞ 0，b ＞ 0 时，b = M – a.

把 b = M – a 代入（4）a^3 – 3ab^2 + a + A = 0，得：

a^3 – 3a〖（M – a）〗^2 + a + A = 0

a^3 – 3a（M^2 – 2Ma + a^2 ）+ a + A = 0

a^3 – 3aM^2 + 6a^2 M – 3a^3 + a + A = 0

所以，3aM^2 – 6a^2 M + 2a^3 – a – A = 0

所以，M = x (6a^2 ± √ (〖（6a^2）〗^2-4 × 3a（2a^3 – a – A）ac))/(2 × 3aa)

= (6a^2 ± √ (36a^4-24a^4 + 12a^2 + 12aAac))/6aa = (3a^2 ± √ (3a^4 + 3a^2 + 3aA))/3a

＜2＞当 a ＞ 0，b ＜ 0 时，| a | + | b | = M，

所以，b = – M + a.

所以，把 b = – M + a 代入上式（4）得：

a^3 – 3a〖（ – M + a）〗^2 + a + A = 0

a^3 – 3a（M^2 – 2Ma + a^2）+ a + A = 0

a^3 – 3aM^2 + 6a^2 M – 3a^3 + a + A = 0

所以，$3aM^2 - 6a^2 M + 2a^3 - a - A = 0$

所以，$M = (6a^2 \pm \surd(〖(6a^2)〗^2-4\times 3a(2a^3 - a - A)ac))/(2\times 3aa)$

所以，$M = (6a^2 \pm \surd(36a^4-24a^4 + 12a^2 + 12aAac))/6aa$

$= (6a^2 \pm \surd(12a^4 + 12a^2 + 12aA))/6aa$

$= (3a^2 \pm \surd(3a^4 + 3a^2 + 3aAac))/3aa.$

$b = -M + a = (3a^2 \pm \surd(3a^4 + 3a^2 + 3aAac))/3aa + (3a^2)/3a$

$= (\mp \surd(〖3a〗^4 + 3a^2 + 3aA))/3aa.$

＜3＞当 $a＜0, b＜0$ 时，$|a| + |b| = M, b = -M - a.$

把 $b = -M - a$ 代入上式(4) $a^3 - 3ab^2 + a + A = 0$，得:

$a^3 - 3a〖(-M - a)〗^2 + a + A = 0$

$a^3 - 3a(M^2 + 2aM + a^2) + a + A = 0$

$a^3 - 3aM^2 - 6a^2 M - 3a^3 + a + A = 0$

所以，$3aM^2 + 6a^2 M + 2a^3 - a - A = 0$

所以，$M = (-6a^2 \pm \surd(〖(6a^2)〗^2-4\times 3a(2a^3 - a - A)ac))/(2\times 3aa)$

所以，$M = (-6a^2 \pm \surd(36a^4-24a^4 + 12a^2 + 12aA))/6a$

$= (-6a^2 \pm \surd(12a^4 + 12a^2 + 12aA))/6a$

$= (-3a^2 \pm \surd(3a^4 + 3a^2 + 3aAac))/3aa$

所以，$b = -M - a = -(-3a^2 \pm \surd(3a^4 + 3a^2 + 3aAac))/3aa - (3a^2)/3a$

$= (\mp \surd(3a^4 + 3a^2 + 3aA))/3a.$

＜4＞当 $a＜0, b＞0$ 时，$|a| + |b| = M, b = M + a.$

把 $b = M + a$ 代入上式(4) $a^3 - 3ab^2 + a + A = 0$，得:

$a^3 - 3a〖(M + a)〗^2 + a + A = 0$

所以，$a^3 - 3a(M^2 + 2Ma + a^2) + a + A = 0$

$a^3 - 3aM^2 - 6a^2 M - 3a^3 + a + A = 0$

即，$3aM^2 + 6a^2 M + 2a^3 - a - A = 0$

所以，$M = (-6a^2 \pm \surd(〖(6a^2)〗^2 - 4\times 3a(2a^3 - a - A)ac))/(2\times 3aa)$

$= (-6a^2 \pm \surd(36a^4 - 24a^4 + 12a^2 + 12aAac))/6aa$

$= (-6a^2 \pm \surd(12a^4 + 12a^2 + 12aA))/6a$

$= (-3a^2 \pm \surd(3a^4 + 3a^2 + 3aA))/3a$

所以，$b = M + a = (-3a^2 \pm \surd(3a^4 + 3a^2 + 3aA))/3a + (3a^2)/3a$

$= (\pm \surd(3a^4 + 3a^2 + 3aAac))/3aa.$

综上所述: 从一元二次方程 $AX^2 + BX + C = 0(A \neq 0)$，设根为 $X = a + bi$（a，b 为实数，i 为虚数单位），$|a| + |b| = M$（M 为正实数），$M = (B \pm \surd(-B^2 + 4AC))/2A$ 与 $M = (-B \pm \surd(-B^2 + 4AC))/2A$ 可看到，a 的值只有绝对值的时侯才能相等，即，$|B/2A| = |(-B)/2A|$，$b = (\pm \surd(-B^2 + 4AC))/2A$ 与 $b = (\mp \surd(〖-B〗^2 + 4AC))/2A$ 可看到，b 的值只有绝对值的时侯才能相等，即，$|(\pm \surd(〖-B〗^2 + 4AC))/2A| = |(\mp \surd(〖-B〗^2 + 4AC))/2A|$，又从一元三次方程，如 $X^3 + X + A = 0$，设 $X = a + bi$（a，b 为实数，i 为虚数单位），$|a| + |b| = M$（M 为正实数），$M = (-a^2 \pm \surd(3a^4 + 3a^2 + 3aA))/3a$ 与 $M = (a^2 \pm \surd(3a^4 + 3a^2 + 3aA))/3a$ 可看到，a 的值只有绝对值的时侯才能相等，即 $|(-a^2)/3a| = |a^2/3a|$，$b = (\pm \surd(3a^4 + 3a^2 + 3aA))/3a$ 与 $b = (\mp \surd(3a^4 + 〖3a〗^2 + 3aA))/3a$ 可看到，b 的值只有绝对值的时侯才能相等 [3]，即，$|(\pm \surd(3a^4 + 3a^2 + 3aA))/3a| = |(\mp \surd(3a^4 + 3a^2 + 3aA))/3a|$.

可见，一元 n 次方程 $a_n X^n + a_{(n-1)} X^{(n-1)} + a_{(n-2)} X^{(n-2)} + \cdots + a_2 X^2 + a_1 X^1 + m = 0$ 的根 $X = a + bi$ 在平面直角坐标系上坐标点的值为：$|a| + |b| = M$.

3 结语

论文的第一段代数方程例子是引自本人证明哥德巴赫猜想 1＋1＝？的内容中来。

参考文献

[1] 皮新明.数学教学中开设数学实验课探讨[J].高教发展与评估,1998(1):55-56.

[2] 邱学绍,李刚,黄松奇.开设大学数学实验课的探讨[J].高等数学研究,2006,9(4):4.

[3] 王国炳.一类高次方程整数根的猜想与证明[J].宜宾学院学报,2000(2):24-26.