 DOI: https://doi.org/10.12345/iptm.v3i7.19175

Re-proving the "Goldbach Conjecture" and the Rule of Maximum Mersenne Prime

Dahua Xie[1] **Xueming Li**[2]

1. Guangzhou No.18 Middle School, Guangzhou, Guangdong, 510663, China
2. Guangdong University of Finance and Economics, Guangzhou, Guangdong, 510320, China

Abstract

The paper first applies the method of proof by contradiction and Vinogradov's three prime number theorem, which states that a large odd number can be expressed as the sum of three odd prime numbers. Three important results were derived: first, the sum of two prime numbers can be expressed as a large even number; second, the sum of four prime numbers can be expressed as the sum of two prime numbers; third, the sum of five prime numbers can be expressed as the sum of three prime numbers. By applying these three important conclusions, it can be proven that even numbers greater than 2 can be expressed as the sum of two prime numbers. Mason prime refers to a number in the form of 2^P-1, where the exponent P must be a prime number. The largest Mersenne prime number today is $2^{82589933}$-1. By utilizing this characteristic of Mersenne primes and repeatedly discussing and demonstrating, we have derived the regular expression for the maximum Mersenne primes. In argumentation, strive to simplify complex problems and use simple methods to solve complex practical problems, making the argumentation as large, accurate, and perfect as possible to meet the requirements of mathematical science.

Keywords

even; odd; prime

再证“哥德巴赫猜想”及最大梅森素数的规律

谢达华 [1] 李雪明 [2]

1. 广州市第十八中学，中国·广东 广州 510663
2. 广东财经大学，中国·广东 广州 510320

摘 要

论文首先应用反证法、维诺格拉多夫的三素数定理，即大奇数可表为三个奇素数之和。推导得到三个重要结果：一是大偶数可表为二个素数之和，二是四个素数之和可表示为两个素数之和，三是五个素数之和可表为三个素数之和。应用这三个重要结论，都能证明：大于2的偶数可表为二个素数之和。梅森素数是指形如2^P-1中的数，指数P必是素数。当今最大的梅森素数是$2^{82589933}$-1，我们利用梅森素数这个特征，反复研讨论证，得出了最大梅森素数的规律表达式。在论证中，努力做到“把复杂的问题简单化，用简单的方法去解决复杂的实际问题”，使论证尽量达到精准、完美符合数学科学的论证要求。

关键词

偶数；素数；奇数

1 引言

在处理各种不同的证明中，选取难度较大，但又比较直观易懂的证题，如证大偶数可表为二个素数之和，就选用了极少人使用的一种巧妙证法——反证法。

如证明：大于 2 的偶数可表为二个素数之和。本篇应用素数个数之和与素数个数之间的规律：四个素数之和可表为二个素数之和及五个素数之和可表为三个素数之和，这两个重要关系式可证明：大于 2 的偶数可表为二个素数之和。

在之前的研究中，用数学公理及巧妙办法，得到大于 1 的奇数表达式，因大于 1 的奇数包括了奇素数和奇合数，当引入数论中奇素数等术语，使奇素数公式得以成立。

据之前的研究结论，得出两个素数之和的数值范围结果相同：都在大于 4 的偶数范围内。故能得到相同的论证结果：大于 2 的偶数可表为二个素数之和。

2 证明

2.1 证一：大偶数可表为二个素数之和

引理 1：大奇数可表为三个奇素数之和。

则得：

$$L_b=P_1+P_2+P_3 \tag{1}$$

其中，L_b 为大奇数；P_1、P_2、P_3 为奇素数。

由引理 1 推论得：大偶数可表为四个素数之和，则得：

【作者简介】谢达华（1946–），男，中国广东梅州人，中教一级，从事数论教学研究。

$$L_e=P_1+P_2+P_3+P_4 \quad (2)$$

其中，L_e 为大偶数；P_1、P_2、P_3、P_4 为素数。

证：设大偶数不能表为二个素数之和，则得：

$$L_e \neq P_a+P_b \quad (3)$$

其中，L_e 为大偶数；P_a、P_b 为素数。

在（3）式两端加上任一个大小相等但不能表为大奇素数的奇素数 P_x，则得：

$$P_x+L_e \neq P_a+P_b+P_x \quad (4)$$

据（4）式，则得：

$$L_b \neq P_a+P_b+P_x \quad (5)$$

其中，L_b 为大奇数；P_a、P_b、P_x 为奇素数。

因引理 1 与（4）式及（5）式互相矛盾，故（4）式及（5）式不成立，故得：

$$P_x+L_e=P_a+P_b+P_x \quad (6)$$

$$L_b=P_a+P_b+P_x \quad (7)$$

在（6）式及（7）式中，因 P_x 表为任一个大小相等但不表为大奇素数的奇素数，则得：

$$L_e=P_a+P_b \quad (8)$$

其中，L_e 为大偶数；P_a 及 P_b 为素数。

把（2）式 L_e 之值代入（8）式，则得：

$$P_1+P_2+P_3+P_4=P_a+P_b \quad (9)$$

其中，P_1、P_2、P_3、P_4、P_a、P_b 为素数。

2.2 证二：大于 2 的偶数表为二个素数之和

证 1：据（9）式推得：大于零的偶个素数之和按由大到小顺序排列依次相等，则大于 4 的偶数可表为二个素数之和。

（9）式两端同时加一个素数 3，推出结论：五个素数之和可表为三个素数之和。则有：

$$P_1+P_2+P_3+P_4+3=P_a+P_b+3 \quad (10)$$

其中，P_1、P_2、P_3、P_4、P_a、P_b 为素数。

据（9）式，则得到一个重要结论：四个素数之和可表为两个素数之和。

利用（9）和（10）式，再次证明哥德巴赫猜想成立。

据（9）式，则得：

$$\overbrace{X_{N+m}=\cdots=X_{N+6}=X_{N+4}=X_{N+2}=P_a+P_b}^{x=2(n=2)=P_a+P_b} \quad (11)$$

其中，X 为大于 2 的偶数；n 为自然数；m 为大于零的偶数；N 为偶数；X_{N+m}、X_{N+6}、X_{N+4}、X_{N+2} 分别为（N+m）、（N+6）、（N+4）、（N+2）个素数之和；（N+m）、（N+6）、（N+4）、（N+2）为素数相加的个数；P_a、P_b 为素数。

分析（11）式：当 m 表为大于零的偶数，N 表为偶数时，n 表为自然数，则得：

X 可为 6，10，14，18，…，2（2n+3）的偶数　（12）

X 亦可为 8，12，16，20，…，4（n+2）的偶数　（13）

据（12）式及（13）式，则：

X 可为 6，8，10，12，14，16，18，20，…，2（n+3）的偶数　（14）

据（14）式又因偶数 4=2+2，则得：

$$X=2(n+2)=P_a+P_b \quad (15)$$

其中，X 为大于 2 的偶数；n 为自然数；P_a、P_b 为素数。

据（15）式，则得：

$$X=P_a+P_b \quad (16)$$

其中，X 为大于 2 的偶数；P_a、P_b 表为素数。

证 2：据（10）式推得：大于 1 的奇个素数之和按由大到小顺序排列依次相等，则大于 5 的奇数可表为三个素数之和，则得：

$$\overbrace{B_{N+m}=\cdots=B_{N+7}=B_{N+5}=B_{N+3}=P_a+P_b+3}^{B_5=2n+7=P_a+P_b+3} \quad (17)$$

其中，B_5 为大于 5 的奇数；m 为大于 1 的奇数；N 为偶数；n 为自然数；B_{N+m}、B_{N+7}、B_{N+5}、B_{N+3} 分别为（N+m）、（N+7）、（N+5）、（N+3）个素数之和；（N+m）、（N+7）、（N+5）、（N+3）为素数相加的个数；P_a、P_b 为素数。

分析（17）式：当 m 为大于 1 的奇数，N 为偶数，n 为自然数时，则得：

B_5 可为 7，11，15，19，…，（4n+7）的奇数　（18）

B_5 也可为 9，13，17，21，…，（4n+9）的奇数（19）

据（18）式及（19）式，则得：

B_5 可为 7，9，11，13，15，17，19，21，…，（2n+7）的奇数（20）

据（20）式，则得：

大于 5 的奇数可表为三个素数之和，得 $B=2n+7=P_a+P_b+3$　（21）

其中，B_5 为大于 5 的奇数；n 为自然数；P_a、P_b 为素数。

据（21）式，则得：

$$B_5=P_a+P_b+3 \quad (22)$$

据（22）式，则得：

$$X=P_a+P_b \quad (23)$$

式中，X 为大于 2 的偶数；P_a、P_b 表为素数。

2.3 证三：最大梅森素数的规律

当形如 2^P-1 式中的 P 为素数，且 MP 为素数时，把此式称为梅森素数。

当 P=82589933，$2^{82589933}-1$ 为最大梅森素数，根据最大梅森素数这一特性，令 $P_1=2^{82589933}-1$ 为当今最大梅森素数，则得当今最大梅森素数 P_2，P_3，P_4，…，P_n 的公式：

$$P_2=2\wedge P_1-1=2\wedge(2\wedge 82589933-1)-1 \quad (24)$$

$$P_3=2\wedge P_2-1=2\wedge 2\wedge[(2\wedge 82589933-1)-1]-1 \quad (25)$$

$$P_4=2\wedge P_3-1=2\wedge 2\wedge 2\wedge\{[(2\wedge 82589933-1)-1]-1\}-1 \quad (26)$$

……

$$P_n=2\wedge P_{n-1}-1 \quad (27)$$

（27）式是当今最大梅森素数的规律表达式。

其中，P_n 为当今最大的梅森素数；n 为大于 1 的自然数。

公式（27）式等的使用说明：

①当今世界发现的最大奇素数是 82589933，当今后发现的最大奇素数大于 82589933 时，则 $P_1=2^{82589933}-1$ 及（24）式、（25）式、（26）式，（27）式中的 82589933 应被新发现的最大奇素数所取代；

②（27）式中的最大梅森素数 P_n 随 n 的增大而增大，当 n 表为一个相对最大的自然数时，则 P_n 表为一个相对最大的梅森素数，n 表为大于 1 的自然数。

证明结果综述：

①据（8）式，我们得到大偶数可表为二个素数之和，则有：

$$L_e=P_a+P_b$$

其中，L_e 为大偶数；P_a、P_b 为素数。

②据（9）式，我们得到四个素数之和可表为二个素数之和，则有：

$$P_1+P_2+P_3+P_4=P_a+P_b$$

其中，P_1、P_2、P_3、P_4 为素数。

由（9）式，推导得：五个素数之和可表为三个素数之和。

则有：

$$P_1+P_2+P_3+P_4+P_5=P_a+P_b+P_c$$

其中，P_1、P_2、P_3、P_4、P_5、P_a、P_b、P_c 为素数。

③据（16）式及（23）式，我们得到大于 2 的偶数可表为两个素数之和。

则得：

$$X=P_a+P_b$$

其中，X 为大于 2 的偶数；P_a、P_b 为素数。

④据（27）式，我们得到最大梅森素数的规律表达式：

$$P_n=2\wedge P_{n-1}-1$$

其中，P_n 为最大梅森素数；n 为大于 1 的自然数。

3 结语

据古今中外研讨数论的历史经验和教训，必须改进论证的思维方向和方法，大胆创新，开辟新的路向。在当今科学技术发明创造中，把“复杂问题简单化，用简单的方法去解决复杂问题”这种现实科学实践观念，应给予充分的理解和重视，在这种科学实践观的指导下，相信在今后研讨数论难题时，坚持创新思维和方法，坚持奋斗钻研，一定会取得更好的效果。

论文是数论证明的初步大胆尝试，由于作者的知识水平和能力有限，不当之处欢迎批评指正。论文目的在于，大胆创新，找出证明新的思维、新的方法，达到抛砖引玉的目的，为今后数论探讨能起启发、促进作用。

我们的愿景是使亿万中学生和具有中学数学知识的大众，能够阅读理解，能启迪其对学习数学知识的兴趣和爱好，有所成就，努力学习，争取更大成绩和突破，为祖国争光、为中华民族争光。

不管前进过程中的千难万险，我们将不忘初心，在奔向现代科技创造发明的进程中，应该忠于祖国、报效祖国，全心全意地为人民服务。

参考文献

[1] Vinogradov I M. Representation of an Odd Number as the Sum of Three Primes[M]. Dokl Akad Nauk SSSR,1937.

[2] Marin Mersenne. Mersenne Prime[M].1644.

[3] Patrick Laroche. The 51st known Mersenne Prime[Z].2018.