

# Structured Teaching Design of Primary School Mathematics Unit Based on the Big Concept—Take the Teaching of *Understanding of Triangle and Quilateral* in the Second Unit of Beijing Normal University Edition as an Example

Caifang Wang

Jinhua Honghu Road Primary School, Zhejiang Province, Jinhua, Zhejiang, 321000, China

## Abstract

Our teaching goal is not to allow children to acquire knowledge based by facts and theories, but to realize a process tending to the core concept of mathematics. This core concept of mathematics and the mathematical ideas needed in the process are the big concepts we seek. Big concept teaching is increasingly valued in today's education field. Big concepts are the core of the discipline, which can connect different knowledge content and promote the integration and migration of knowledge. Big concept teaching is the teaching with the big concept as the core goal, which aims to cultivate the quality to solve the problem of authenticity. The key to big concept teaching is to extract big concepts and reconstruct the goals.

## Keywords

big concept; big concept teaching; strategy

# 基于大概念的小学数学单元结构化教学设计——以北师大版四年级下册第二单元《三角形和四边形的认识》教学为例

王彩芳

浙江省金华市红湖路小学, 中国·浙江 金华 321000

## 摘要

我们的教学目标不是让孩子获得一推由事实和理论堆砌的知识, 而应该是实现一个趋向于数学核心概念的进展过程。这个数学核心概念以及趋向它进程中所需的数学思想方法就是我们所要寻求的大概念。大概念教学在当今教育领域日益受到重视。大概念是学科的核心, 能够连接不同的知识内容, 促进知识的整合与迁移。大概念教学就是以大概念为核心目标的教学, 它指向培养解决真实性问题的素养。大概念教学的关键是提取大概念和重构目标。

## 关键词

大概念; 大概念教学; 策略

## 1 为什么需要大概念, 什么是大概念

小学数学的学习, 一般都是创设丰富的生活情境, 力求从学生的身边物体和事件开始, 以此降低抽象程度, 激发学习兴趣。小学生能感知的学习题材和活动非常多, 但学习时间有限而且宝贵, 选取怎样的内容对孩子今后乃至终身的学习有用, 是我们所迫切需要寻求的答案。在学习方式上, 基于探究的教学方式能大大增加理解的深度, 提升素养, 但是需要花费更多的时间, 学习的内容广度就必须减少。必然就需要大概念。

我们的教学目标不是让孩子获得一推由事实和理论堆

砌的知识, 而应该是实现一个趋向于数学核心概念的进展过程。这个数学核心概念以及趋向它进程中所需的数学思想方法就是我们所要寻求的大概念。浙江大学教育学院的刘徽教授把大概念界定为: 反映专家思维方式的概念、观念或者论题, 它具有生活价值。其实是一个意思。

### 1.1 大概念教学的内涵及价值研究

“当一个人把在学校学到的知识忘掉, 剩下的就是教育。”知识指数级增长的新时代, 教育教学应更聚焦于“剩下的东西”。美国学者格兰特·威金斯、杰伊·麦克泰格、林恩·埃里克森、洛伊斯·兰宁等人不约而同地将教学引向理解, 追求基于理解的教学。在威金斯等人看来, 教育教学应致力于提供给学生有助于理解概念的某种框架, 促使其获得可迁移的概念理解力、解决复杂问题的思考力和创造新观点的生长力。简言之, 即基于大概念开展教学。

【作者简介】王彩芳(1976-), 女, 中国浙江兰溪人, 本科, 高级教师, 从事小学数学整体教学研究。

大概念即 Big Idea 或 Big Ideas，亦称“大观念”或“核心观念”。它并非学科课程的某一具体知识性概念或名词，而是集中反映学科本质，具有相对稳定性、共识性、统领性等共性，能将离散或琐碎的不同主题和知识实现“有意义”地“黏连”，从而帮助学生以“专家式思维”阐释和预测较大范围物体、事件或现象的某种有组织、有结构的“核心概念”。2013年4月发布的《美国新一代科学教育标准》，围绕“大概念”的学科知识结构“金字塔”（见图1）。其最底层是学科基本知识、技能等事实性知识及统领性较低的分解概念，即小概念；第二层是基于学科内知识整合的核心概念与方法，即核心概念或基本问题；第三层是基于跨学科内容整合的概念或主题，即跨学科概念或共通概念；最顶层是统摄其他所有知识的“元认知”，即哲学观念。较之事实性知识、学科分解概念等小概念，学科核心概念或基本问题、跨学科概念或共通概念和哲学观念等都属于大概念范畴。

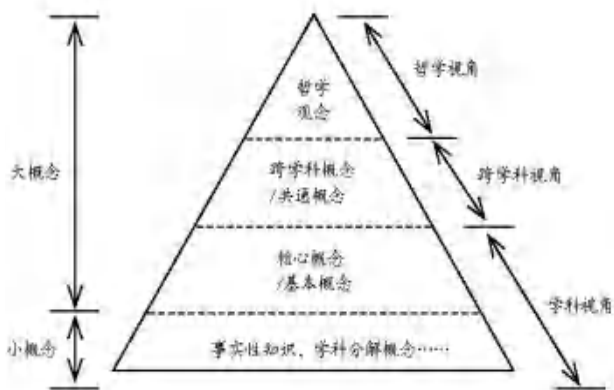


图1 围绕“大概念”的学科知识结构“金字塔”

用大概念贯穿教学的始终，有利于学生建立学科内知识间、跨学科间以及和现实世界的联结，建立模型，促进学生的迁移，提升学生的素养，进而激发兴趣、增强信心、培养良好学习习惯，形成质疑问难、自我反思、勇于探索的科学精神。

## 1.2 大概念教学的关键

当今学科细分、模块分解、知识点展开的教学大环境下，大概念往往不是现成的，而是需要主动提取、自觉凝练的。如何凝练大概念？这是一种前所未有的挑战。

### 1.2.1 提取大概念

浙江大学教育学院刘徽教授及其团队总结了八条提取大概念的路径：其中课程标准、教材分析、专家思维、概念派生是自上而下的四条路径，而生活价值、职能目标、学习难点、评价标准则是自下而上的四条路径。其中课程标准和课程学习难点是最重要的两条路径，课程标准和课程学习难点的解读又具体融入教材分析之中，其他路径则起到校准的作用，多条路径共同作用从而实现大概念的提取。

大概念定位罗盘见图2。

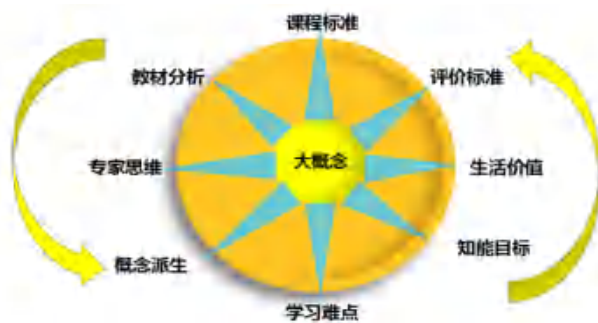


图2 大概念定位罗盘图

### 1.2.2 基于大概念重构单元目标

我们要想基于大概念展开教学，必须先重构目标。大概念教学是以大概念为核心目标的教学，它指向培养解决真实性问题的素养。围绕大概念设计的教学目标不会过高也不会过低，能带领师生达成素养目标。根据“大概念”的学科知识结构“金字塔”，我们从学科层面、跨学科层面和哲学层面这三个层面来设计单元大概念再细化、分解成单元目标和课时目标。在大概念的统领下，学生的学习对象呈现结构性、联结性，从而具有迁移性。

## 2 基于大概念的单元结构化教学设计

根据课程标准，结合知识结构图和学生习得概念和命题的心理过程来提取大概念是小学教师比较容易实现的路径，在这里，知识结构图尤其重要，它不是纯粹的知识框架图，而是蕴含逻辑关系在内的知识形成的思维导图。根据思维导图，能有效提取大概念，再根据大概念制定单元素养目标，并进而分化、细化出具体单元目标和具体课时目标，使之一脉相承，从而实现知识间的“联结”和“结构”，达到“少而精”的目的，最终快速“迁移”。

基于大概念的单元结构化设计流程见图3。

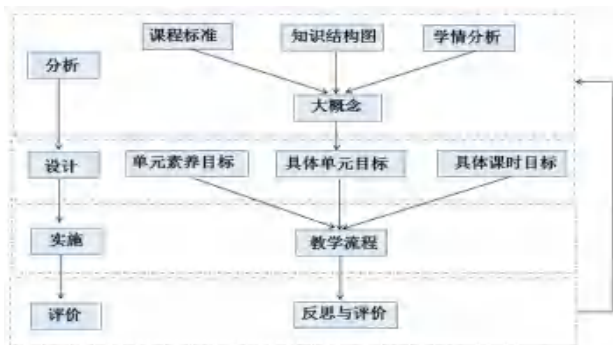


图3 基于大概念的单元结构化设计流程图

## 2.1 分析

### 2.1.1 知识结构——概念和命题

#### ① 概念的形成。

根据安德森和布鲁姆的分类，知识可以分为陈述性知识和程序性知识，陈述性知识分为事实性知识（名称）、概念性知识（概念、命题、命题网络、图示），程序性知识分

为智慧技能、认知策略。课标中的单元四维目标：知识技能、数学思考、问题解决和情感态度价值观中的知识既有事实性知识也有概念性知识，我们更应该注重概念性知识的教学。技能属于自动化的程序性知识，数学思考和问题解决属于认知策略又归属于受控制的程序性知识，我们更应该注重受控制的程序性知识的教学。事实性知识表示那些分散的、孤立的点滴信息，大多数事实性知识无需探究，告知学生，学生练习后记住即可。而概念、性知识表示更为复杂的、有组织的知识，知识间纵向联系，形成“结构”。重视认知策略的教学则更容易形成知识间的“联结”。数学概念是对一类事物在数量关系和空间形式方面的本质属性的简明、概括的反映。根据加涅的分类方法，可以分成具体性概念和定义性概念，从理论上讲，数学概念都应该是定义性概念，因为这样的概念才规范和科学，但是小学阶段学生的认知发展水平有限，学习的概念大多数是具体性概念。如负数、分数、面积、概率。即便是定义性概念，如直角三角形、钝角三角形、锐角三角形等的学习也是通过概念形成的方法习得的。其形成基本过程如下（以北师大版小四年级下册第二单元：三角形和四边形的认识中《三角形分类》一课为例），见图 4。

《三角形分类》属于“图形与几何”领域的“图形的认识”板块中《三角形和四边形的认识》单元。本单元的知识结构如图 5 所示。

从图 5、图 6 中可以看出，分类活动贯穿于各类三角形概念形成过程。小学的分类采用的是二分法，分类的原则是不重不漏，所以要求思维清晰，层次分明，必须剥离三角形非本质的属性。分类标准的制定在分类活动中是关键，分类标准的制定过程实质上是从各类三角形的共同属性抽象出各类三角形本质属性的过程。三角形的共性是有三个角、三条边。三角形的差异在于角的大小和边的长短不一，所以，可以根据不同三角形的差异进行分类。通过二分法的探究活动，再次明晰各种三角形的本质特征。最后对分类结果进行命名和定义，彻底抽象出各类三角形的本质特征。可见，概念的形成本质上是一种分类行为。《图形分类》《四边形分类》同上。

②命题的学习。

《三角形内角和》和《三角形三边关系》则属于命题的学习。命题是对概念之间关系的陈述，它揭示了概念之间的关系，表示了某种规律。



图 4 概念形成的过程

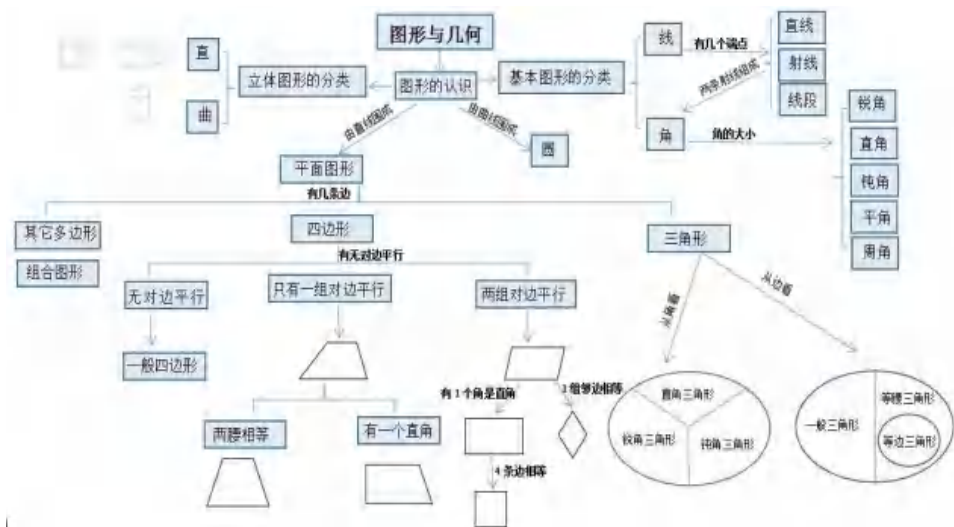


图 5 本单元图形概念的知识组块



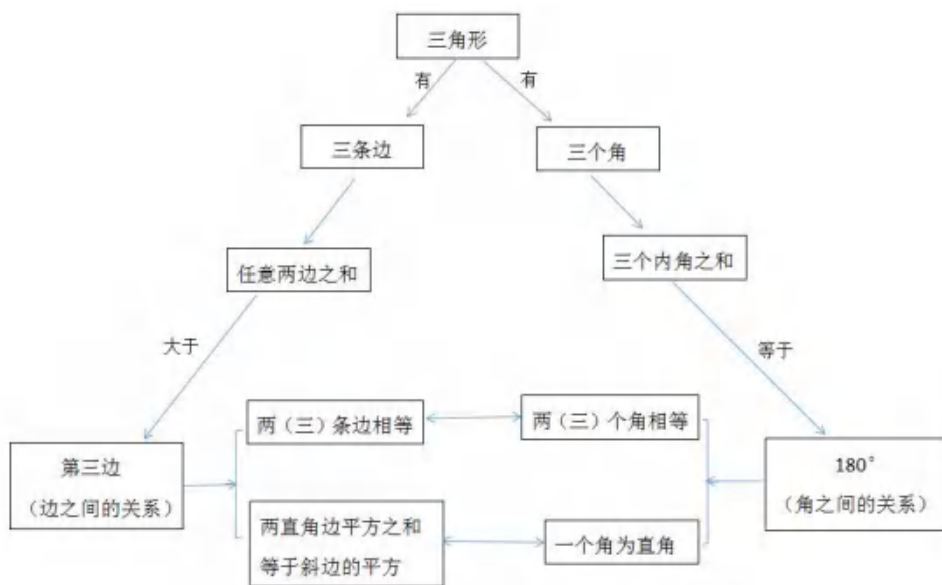


图 6 三角形边和角的关系网络图

小学阶段，对三角形认识停留在角与角、边与边之间的关系，后续直角三角形中的勾股定理的学习，打通了边与角的关系，再后续正弦定理、余弦定理等的学习是更为一般的关系。学生对边与角的关系才会有一个更为全面的认识。彼时，命题网络和认知结构将更加丰富和完善。小学阶段，不可能对命题进行比较严格的证明，大都是通过做一做、举例子等方式，让学生感受、体验命题的合理性。其学习的过程如图 7 所示。



图 7 命题学习的过程

### ③学习内容的重组。

基于以上分析，我们重组了本单元的教学内容，把三节分类的课时调整到了一起（见表 1），以便于学生在积累分类活动经验的基础上快速实现迁移，并把纯粹的练习巩固调整为绘制单元知识结构图。

### 2.1.2 学情分析

前测：①你了解二分法吗？②用一张思维导图图画出你所知道的图形。③关于三角形和四边形你知道哪些知识？

以 140 名学生作为样本，进行单元前测。测试结果为：90% 的孩子不知道二分法，86% 的孩子已经知道三角形内角和是  $180^\circ$ ，但没有学生知道三边关系，从绘制的思维导图看，多数学生知道平行四边形、梯形和正方形、长方形。

但是，没有孩子用语言定义的方式给出概念。能给线和角分类，但不能正确给图形分类。可见，在学习这一单元之前，学生关于图形的知识有所了解，但仅仅是表面、孤立和零散的，通过本单元的学习，我们旨在帮助学生理解分类，形成图形知识结构网。便于以后把关于图形的知识一点点装入“结构”中。四年级的学生抽象、推理和建模的能力在逐步发展，已经积累了一定的思维活动经验，所以，这一单元的教学，除了对学生知识掌握方面有要求以外，在学习方式和思维方式上应该有更高的要求。

表 1 课时安排

教参建议课时安排	课时	重组后的课时安排	课时
图形分类	2	图形分类	3
三角形分类		三角形分类	
探索与发现：三角形内角和	2	四边形分类	
探索与发现：三角形三边关系		探索与发现：三角形内角和	
四边形分类	1	探索与发现：三角形三边关系	
练习二	1	绘制单元结构图	1

### 2.1.3 课程标准

课标中有关图形与几何的三大核心素养：几何直观、空间观念和推理能力。空间观是指能够由几何图形联想出实物的形状，由实物的形状抽象出几何图形，进行几何体与其三视图、展开图之间的转化。几何直观主要是指利用图形描述和分析问题。借助几何直观可以把复杂的数学问题变得简明、形象，有助于探索解决问题的思路，预测结果。推理能力：能通过观察、实验、归纳、类比等获得数学猜想，并进一步寻求证据、给出证明或举出反例；能清晰、有条理地表达自己的思考过程，做到言之有理、落笔有据；在与他人交流的

过程中，能运用数学语言、合乎逻辑地进行讨论与质疑。

## 2.2.2 教学流程设计

## 2.2 设计

第1课时：《图形分类》见图8。

### 2.2.1 教学目标重构

第2课时：《三角形的分类》见图9。

综上所述，我们提取了大概念：二维或者三维的图形都可以通过其特征进行描述、分类、分析。并把大概念细化、分解，制定了单元目标和具体课时目标如表2所示。

第3课时：《四边形分类》见图10。

第4、第5课时：《三角形内角和》《三角形三边关系》见表3。

表2 大概念单元目标和具体课时目标

单元素养目标：发展学生的空间观念、几何直观、推理能力 激发兴趣、增强信心、培养习惯，形成质疑困难、自我反思、勇于探索的科学精神。					
层面	单元大概念		具体单元目标	具体课时目标：《图形分类》 《三角形的分类》《四边形的分类》	具体课时目标：《三角形内角》《三角形三边关系》
哲学层面	思想方法层面的大概念	分类思想：根据数学本质属性的相同点和不同点，将数学研究对象分为不同的种类	体会分类可以表达共性和区别差异	能根据边和角的共性和差异制定分类标准，感悟到一个合理的结果应当使分类结果“不重不漏”	
		集合思想：把事物或事物间的联系概括成总体或总体间关系的思想方法	感受到用维恩图表示图形之间关系的简洁、直观性	感受到用维恩图表示各种三角形之间关系的简洁、直观性	
		推理思想：思维的基本形式之一，是有一个或几个已知的判断推出新的判断	特殊与一般、联想、类比、归纳等推理思想在形成图形概念和发现图形性质方面的作用	体会特殊与一般、联想、类比、归纳等推理思想在形成图形概念中的作用	体会特殊与一般、联想、类比、归纳等推理思想在发现图形性质中的作用
跨学科层面	问题解决层面的大概念	学习数学是为了能够解释现实世界的现象和事件。	运用所学知识解决生活中的问题。感受生活与数学的紧密联系	根据三角形、四边形特征解决生活中的问题。感受生活与数学的紧密联系	根据三角形内角和、三边关系解决生活中的问题。感受生活与数学的紧密联系
		多种角度做数学的意识	培养学生积极探究，寻求实证的数学态度		多角度验证三角形内角和、三边关系
学科层面	数学的大概念	二维或者三维的图形都可以通过其特征进行描述、分类、分析	图形的概念形成实质上是分类行为。可以从边和角的维度给平面图形分类	体会分类标准和三角形特征之间的联系。用二分法对图形、三角形、四边形进行分类	
			可以从边和角的维度研究平面图形的特征。并需要联想类比，大胆假设；合情推理，积极求证		通过类比，联系生活，发现三角形边和边之间、角和角之间的关系，通过观察、操作进行验证

教学重点：感悟概念的形成和分类活动的关联性。  
发现并证明三角形内角和、三角形的三边关系。

教学难点：理解分类，制定分类标准，灵活分类。  
理解等边三角形是特殊的等腰三角形。  
发现三角形的三边关系

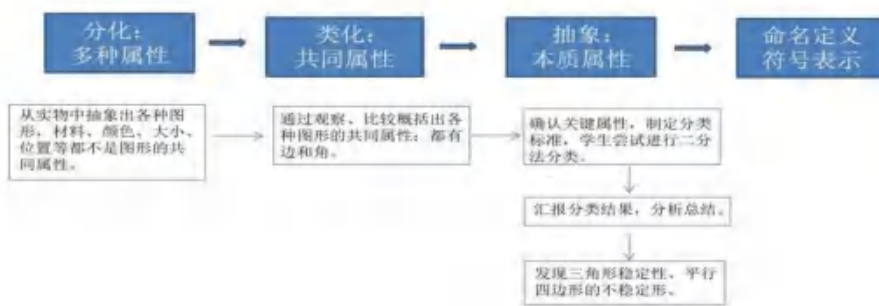


图8 第1课时：《图形分类》

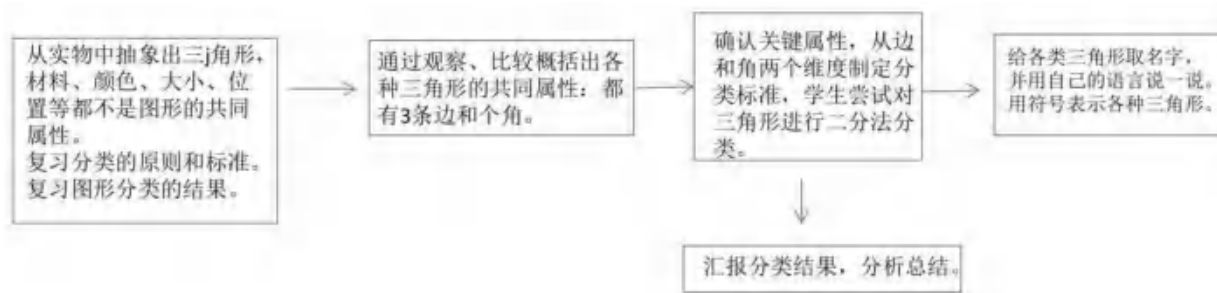


图9 第2课时: 《三角形的分类》

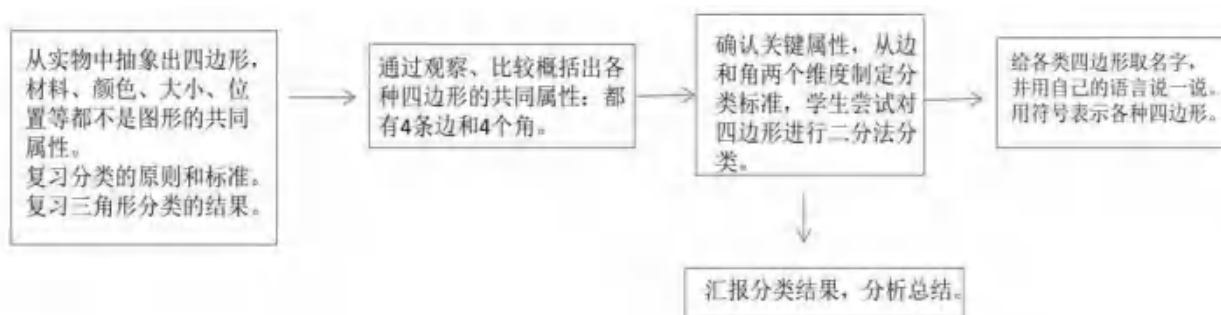


图10 第3课时: 《四边形分类》

表3 第4、第5课时: 《三角形内角和》《三角形三边关系》

过程	关注	假设(推理)	验证	巩固	应用和迁移
	命题	创设现实情境 连接新旧命题 引发关注思考	观察、试验 类比、猜想 归纳、概括	个例验证 推理活动 检验假设	变式练习
三角形内角和	1. 生活经验: 比较角的大小、拼折活动经验; 2. 旧知识: 角的度量	学生大多已经知道: 三角形内角和等于 $180^\circ$ 。在证明之前, 它只是一个猜想	多种角度做数学 量一量 折一折 拼一拼	练习巩固 进一步数学化: 用字母表示	1. 已知两个角求另一个角; 2. 四边形的内角和
三边关系	1. 生活经验: 直着走短, 拐弯走近; 2. 旧知识: 两点间, 线段最短	从生活经验: 两点之间走哪条路近, 抽象出要研究的命题: 三角形任意两边之和大于第三边	多种角度做数学 画一画 量一量 摆一摆	练习巩固 进一步数学化: 用字母表示	1. 判断: 怎样的三条边能围成三角形; 2. 探索四边形边的关系

基于大概念的单元结构化教学, 在“大概念的”统摄下, 内容统一, 方法统一, 思想统一, 真正做到“打通”壁垒, 提升学生素养。

### 参考文献

[1] 刘徽. 素养导向: 大概念和大概念教学[J]. 上海教育科研, 2022

(6):5-30.

[2] 温. 哈伦科学教育的原则和大概念[M]. 北京: 科学教育出版社, 2011.

[3] 王新苗. “跨单元”教学设计与实施的探索性实践——以初中数学“三角形”教学设计为例[J]. 上海教育科研, 2022(6):59-65.