 DOI: https://doi.org/10.12345/jxffcxysj.v5i5.11056

Research on University Mathematics Learning Based on MATLAB Software

Luting Ban Siyan Yang Manli Liang Shuting Deng Pan Zhao

Guilin University, Guilin, Guangxi, 541006, China

Abstract

This paper selects four examples, integral calculation, limit solution, matrix application and ordinary differential equation solution. With the help of MATLAB software, we find the errors in time, and assist the learning of university mathematics, which provides a reference scheme for learning university mathematics with the help of MATLAB software.

Keywords

MATLAB; integral; limit solution; matrix; ordinary differential equation

基于 MATLAB 软件的大学数学学习研究

班璐婷 杨锶研 梁曼丽 邓舒婷 赵盼

桂林学院，中国·广西 桂林 541006

摘 要

论文选取了积分计算、极限求解、矩阵应用和常微分方程求解四个方面例题，借助MATLAB软件，及时发现解题过程中的错误，辅助大学数学的学习，为借助MATLAB软件辅助学习大学数学提供了参考方案。

关键词

MATLAB；积分；极限求解；矩阵；常微分方程

1 引言

大学数学课程本身比较抽象，较难理解，因为缺少对数学知识的积累或学习方法运用不当等原因，所以高校中怕学数学的现象普遍存在。MATLAB 是一款具有强大计算能力的数学软件，将 MATLAB 应用于数学学习中，对学生掌握知识和解决问题等方面有很大的辅助作用。针对大学生在数学学习中遇到的问题，论文从以下四个方面做出分析：

2 积分计算

定积分是积分学中的两大基本问题之一，计算定积分时常出现的问题是使用换元积分法时没有做到全部换元。针对此问题举例分析：

例 1 计算 $\int_0^1 \sqrt{1-x^2}\,\mathrm{d}x$。

分析：令 $x=\sin t, \mathrm{d}t=\mathrm{d}x, t\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，则 $x^2=\sin^2 t, 1-\sin^2 t=\cos^2 t$，

因此 $\int_0^1\sqrt{1-x^2}\,\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{1-\sin^2 t}\,\mathrm{d}t=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos t\,\mathrm{d}t=\sin t\,|_0^{\frac{\pi}{2}}=1$。

使用 MATLAB 计算 $\int_0^1\sqrt{1-x^2}\,\mathrm{d}x$，代码如下：syms x; int(sqrt(1-x^2),x,0,1)。

求得结果是 $\frac{\pi}{4}$，与先前结果不一致，再用 MATLAB 计算 $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{1-\sin^2 t}\,\mathrm{d}t$，代码如下：syms t;int(sqrt(1-sin(t)^2),t,0,pi/2)。

计算结果是 1，本题出现的问题是换元时没有将变量 $\mathrm{d}x$ 换算为 $\cos t\mathrm{d}t$。在使用换元法计算定积分时应注意：用新变量表示原函数后，要作变量换元和积分限换算，只有全部换算完才能使用换元积分法，否则会出现错误。定积分的计算有一定的灵活性，而借助 MATLAB 可以对计算过程中的错误点进行对照验证，及时发现错误，提高数学学习的效率。

3 极限求解

极限问题的求解是高等数学的重中之重，由于求解极限问题的方法多样，常会出现容易混淆各种方法的适用情况的问题。针对此问题举例分析：

例 2 求极限 $\lim_{x\to 0}\frac{\tan x-\sin x}{\sin x^3}$.

分析：因为 $\tan x\sim x(x\to 0), \sin x\sim x(x\to 0)$,

所以 $\lim_{x\to 0}\frac{\tan x-\sin x}{\sin x^3}=\lim_{x\to 0}\frac{x-x}{\sin x^3}=0.$

利用 MATLAB 求解其极限，代码如下：

syms x;limit((tan(x)-sin(x))/sin(x)^3,x,0)。

求得结果是$\frac{1}{2}$，本题求解错误，在求解的过程中直接对极限式中相减的部分用等价无穷小量替代是错误的。利用等价无穷小量代换求极限时应注意：只有对所求极限式中相乘或相除的因式才能用等价无穷小量替代，对极限式中相加或相减的部分不能随意替代，否则会出现错误。因此，在求解极限的过程中，可以借助 MATLAB 软件有效地帮助学生学习求解极限问题等方面的知识，达到事半功倍的效果。

4 矩阵

矩阵是高等代数的重要内容，在计算的过程中常出现的问题是容易混淆求解齐次线性方程和非齐次线性方程的通解的方法。针对此问题举例分析：

例 3 求线性方程组的通解：

$$\begin{cases} x_1+x_2-2x_3-2x_5=-2, \\ -3x_1-2x_2+3x_3-6x_4+14x_5=-1, \\ -2x_1-x_3-11x_4+18x_5=-8, \\ 4x_1+2x_2-4x_3+10x_4-20x_5=2, \end{cases}$$

分析：将增广矩阵化成简化行阶梯矩阵：

$$\tilde{A}\rightarrow\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 & -8 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

根据化简的矩阵，写出方程组为：

$$\begin{cases} x_1=-5x_4+8x_5+3 \\ x_2=3x_4-2x_5-1 \\ x_3=-x_4+2x_5+2 \end{cases}$$，x_4,x_5为自由未知量，

令$x_4=0,x_5=0$得$\gamma_0=(3,-1,2,0,0)$; 令$x_4=0,x_5=1$得$\gamma_1=(11,-3,4,0,1)$;

令$x_4=1,x_5=0$得$\gamma_2=(-2,2,1,1,0)$.

求得通解为$(3,-1,2,0,0)+k_1(11,-3,4,0,1)+k_2(-2,2,1,1,0)$.

借助 MATLAB 验证结果，输入如下代码：

A=[1,1,-2,0,-2;-3,-2,3,-6,14;-2,0,-1,-11,18;4,2,-4,10,-20];

B=[-2;-1;-8;2];t1=rref(A)；x0=sym(A)\sym(B)；x=null(A,’r’)，

求得结果为：$(3,-1,2,0,0)+k_1(-5,3,-1,1,0)+k_2(8,-2,2,0,1)$.

所以计算错误，在本题中出现的问题是直接用非齐次线性方程组的增广矩阵求基础解系，而非齐次线性方程组的基础解系应用其导出组的系数矩阵来求。在求线性方程组的通解时，可以借助 MATLAB 验证结果，找出计算中的错误，有效地掌握求非齐次线性方程组的通解的知识点。

5 常微分方程

线性微分方程是常微分方程中的基础，在计算高阶非齐次线性微分方程的通解时，常出现的问题是容易忽略该式特征方程存在复根。针对此问题举例分析：

例 4 求$\frac{\mathrm{d}^4x}{\mathrm{d}t^4}=2x+2t$的通解。

分析：先求特征方程$\lambda^4=2$，再求特征根$\lambda_1=2^{\frac{1}{4}}$，$\lambda_2=-2^{\frac{1}{4}}$，

所以通解为$c_1e^{2^{\frac{1}{4}}t}+c_2e^{-2^{\frac{1}{4}}t}$。

借助 MATLAB 求$\frac{\mathrm{d}^4x}{\mathrm{d}t^4}=2x$通解，输入如下代码：

syms x t;s=dsolve(‘D4x==2*x’)；simplify(s)。

使用 MATLAB 求出的结果是$c_1e^{2^{\frac{1}{4}}t}+c_2e^{-2^{\frac{1}{4}}t}+c_3\sin 2^{\frac{1}{4}}t+c_4\cos 2^{\frac{1}{4}}t$，通过对比发现之前的答案遗漏了两项，而这两项正好是复根。本题中出现的问题是由于思维惯性只会考虑到特征方程的实根$\lambda=\pm\sqrt[4]{2}$，而忽视了方程还存在复根$\lambda=\pm\sqrt[4]{2}i$。由求根公式$\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$和$\frac{-b\pm i\sqrt{4ac-b^2}}{2a}$，可以分别求出方程的实根和复根。因此在求特征方程的特征根中，可以借助 MATLAB 检验是否忽略了复根，这对于大学常微分课程学习有一定的帮助。

MATLAB 作为一个高效的辅助工具，在数学学习中可以判断解题时存在的问题，对掌握知识和高效解题等方面有很大的帮助，使用 MATLAB 辅助数学学习可以起到较好的效果。

参考文献

[1] 华东师范大学数学科学学院.数学分析(第5版)[M].北京:高等教育出版社,2019.

[2] 胡良剑,孙晓君.MATLAB数学实验(第5版)[M].北京:高等教育出版社,2020.

[3] 陈志杰.高等代数与解析几何(第2版)[M].北京:高等教育出版社,2008.

[4] 王高雄.常微分方程(第3版)[M].北京:高等教育出版社,2006.

[5] 王连昌,王锐.极限计算中易出现的几种错误分析[J].第四军医大学学报,2005(S1):101.

[6] 余惠霖.几种常微分方程解法中的数学化归思想[J].柳州师专学报,2011,26(2):123-126.