

Steady Yet Evolving: A Data-Driven Study on the Inheritance and Innovation of Mathematical Culture in Textbooks—A Comparative Analysis with Selected Chapters from Old and New PEP Math Textbooks as Examples

Yin Hui Yunfei Lu

School of Mathematical Sciences, Guizhou Normal University, Guiyang, Guizhou, 550025, China

Abstract

Based on a comprehensive analytical framework of mathematical culture, this study employs the Wilcoxon signed-rank test to compare the mathematical cultural elements in the “Rational Numbers,” “Linear Equations in One Variable,” and “Preliminary Geometric Figures” chapters of the old and new PEP Grade 7 mathematics textbooks (first semester), which were put into use in the fall of 2024. The analysis spans three dimensions: types of mathematical culture, application levels, and functions. The findings reveal no significant differences between the old and new textbooks in these aspects, reflecting the stability and continuity of textbook compilation. Meanwhile, the new textbook demonstrates innovations in integrating mathematical culture, such as enriched historical content and elevated application levels. However, shortcomings persist, including insufficient integration of mathematical history, the absence of certain cultural types, and a lack of functional emphasis on “experiencing cultural practices.” Accordingly, this paper proposes recommendations—enriching cultural types, enhancing the application of mathematical history, and expanding cultural functions—to inform future textbook revisions and teaching practices.

Keywords

new textbook; mathematical culture; comprehensive analytical framework of mathematical culture; Wilcoxon signed-rank test

稳中有变：基于数据分析的数学教材文化传承与创新研究——以人教版新旧数学教材部分章节为例

惠尹 陆云飞

贵州师范大学数学科学学院，中国·贵州 贵阳 550025

摘要

本研究基于数学文化综合分析框架，采用符号秩次检验方法，对2024年秋季投入使用的人教版七年级上册新旧数学教材中“有理数”“一元一次方程”和“几何图形初步”章节的数学文化进行比较分析。研究从数学文化类型、运用水平和功能三个维度展开，发现新旧教材在这些方面无显著差异，体现了教材编写的稳定性与连贯性。同时，新教材在数学文化融入上有所创新，如增加数学史内容、提升数学文化的运用水平，但仍存在不足，例如数学史融合不充分、部分文化类型缺失、“体验文化实践”功能未体现等问题。基于此，本文提出丰富数学文化类型、提升数学史运用水平、增加数学文化功能等建议，为教材修订与教学实践提供参考。

关键词

新教材；数学文化；数学文化综合分析框架；符号秩次检验

1 问题的提出

数学文化的生成源于人类持续的数学实践，其外显形态凝结为方法体系、命题网络、符号语言等客观知识载体，内隐形态则升华为指导数学认知的思想传统、价值追求和审美标准等主体意识^[1]。数学文化是数学课程的有机组成部分，

是课程的内在要求。在《义务教育数学课程标准（2022版）》（以下简称“22版课标”）的“课程理念”部分提到“数学课程内容是实现课程目标的重要载体，课程内容的选择，保持相对稳定的学科体系，体现数学学科特征；关注数学学科发展前沿与数学文化，继承和弘扬中华优秀传统文化；与时俱进，反映现代科学技术与社会发展需要”^[2]。提升数学文化素养，将数学文化融入数学教学，是数学课程对每一位数学教师的要求。

近年来，随着课堂教学模式与教学方法的深刻变革，

【作者简介】惠尹（2001-），女，中国云南宣威人，在读硕士，从事数学教育研究。

教科书质量逐渐成为学术界关注的焦点。教科书作为制度化教育的权威文本，在课程实施过程中同时发挥着教学工具与文化脚本的双重功能，既为师生互动提供基础框架，又制约教与学的行为模式，其意义有：其一，能够揭示师生互动过程中教材的实际使用状况；其二，可以阐释教学内容的最优呈现方式与教学方法；其三，能够有效评估教材编写是否紧跟课程改革的前沿动态，是否切实体现了课程标准的核心理念。这种研究不仅有助于理解教材在教学实践中的角色定位，更能教材的持续改进提供重要依据。

为落实 22 版课标中的理念，人民教育出版社修订的七年级上册数学教材于 2024 年秋季投入使用。然而，当前针对新旧教材数学文化维度的系统比较研究仍显不足，且现有研究多依赖数据直观判断，缺乏科学的统计分析方法。为此，本研究采用符号秩次检验对新旧教材中的数学文化数据进行统计分析，以揭示其差异特征，为教材修订和教学实践提供实证依据，其统计方法的运用也为相关研究提供了方法参考。

表 1 五类数学文化的概念

类别	概念
数学史	指数学史料内容。子类包含：概念、命题、符号、工具、思想方法、术语等；数学家的生平以及数学家的故事。
学科联系	指数学与其他学科的联系，分为科学技术和人文艺术两类。科学技术包含：地球科学、生物学、物质科学、高新技术、建筑科学；人文艺术包含：人文、美术、建筑艺术。
社会角色	指数学与现实生活的联系，包含：日常生活、学校生活、娱乐生活、社会生活、职业生活、经济生活。
审美娱乐	包含数学审美与趣味数学。数学审美主要是指数学的简洁美、和谐美、对称美；趣味数学是指数学谜语、数学游戏、数学趣题。
多元文化	多元文化旨在强调地域文化背景的差异，分为创造型与应用型。创造型是指不同时间、地域、文化背景下对同一个数学主题做出的贡献；应用型是指不同地域、文化背景下，对于同一个数学主题的运用。

对于数学文化的运用水平，本文采用王建磐和汪晓勤等学者构建的用于评估数学文化运用水平的分析框架^{[8][9]}。数学文化运用水平分为数学史的运用水平和其他数学文化的运用水平两类。其中，数学史的运用水平从低到高分别为：附加式、复制式、顺应式、重构式，具体描述见表 2。其余类型的数学文化运用水平分别是：外在型、内在可分离型与内在不可分离型。外在型是指仅仅介绍数学文化本身，不涉及数学知识，不需要运用数学知识解决问题；内在可分离型是指数学文化用以掩饰数学问题，仅仅运用数学知识解决数学问题，文化与数学可以分离，如果去掉数学文化背景，也不会影响此数学问题，即文化与数学可以分离；内在不可分

2 研究设计

2.1 研究对象

本研究以人民教育出版社出版的七年级上册数学教材的部分章节为研究对象，重点对比分析 2024 年秋季投入使用的新教材与之前使用的旧版教材（以下简称“旧教材”）之间的数学文化。研究选取了教材中具有代表性的“有理数”“一元一次方程”和“几何图形初步”三章内容作为具体分析样本，主要基于以下考虑：首先，这三章内容涵盖了数与代数、图形与几何两大核心领域，在初中数学课程体系中具有基础性和代表性；其次，这些章节中蕴含了丰富的数学文化元素，为比较研究提供了充足的素材。需要说明的是，由于七年级上册数学教材内容设置中未包含“概率与统计”领域，因此本研究未将该领域内容纳入分析范围。

2.2 研究框架

研究借鉴汪晓勤和李卓忱对教材中数学文化的分类，将数学文化类型确定为：数学史、学科联系、社会角色、审美娱乐以及多元文化五类，具体概念界定见表 1^{[3][7]}。

离型是指数学文化内容成为数学问题的一个有机组成部分，运用数学知识解决具体的文化问题两者不可分离。

为了更进一步对于数学文化运用水平进行定量研究，结合吴超萍等学者提出的运用水平赋值公式，将运用水平赋值公式修改矫正为公式（1）与公式（2）。其中， A_1 、 A_2 、 A_3 、 A_4 分别代表数学史从低到高的五种运用水平，并从低到高依次赋值为 1~5。 B_1 、 B_2 、 B_3 分别代表外在型、内在可分离型、内在不可分离型，从低到高依次赋值为 1~3^[10]。

$$H_1 = \frac{1 \times A_1 + 2 \times A_2 + 3 \times A_3 + 4 \times A_4}{A_1 + A_2 + A_3 + A_4} \tag{1}$$

$$H_2 = \frac{1 \times B_1 + 2 \times B_2 + 3 \times B_3}{B_1 + B_2 + B_3} \tag{2}$$

表 2：数学史的四类运用水平

类别	含义
附加式	教材中孤立的图片，比如：数学图案、数学家的画像、与数学主题相关的图像等。以及文字性阅读材料，比如：数学概念、符号等的思想起源、历史上的数学问题、数学家的生平、历史上数学思想方法等。这些内容去掉后对于教学内容没有影响。
复制式	教材中直接采用历史上的数学概念与术语、命题及其证明方法、问题与求解等。
顺应式	教材中对于历史上的数学问题、思想方法进行了教育取向的史料改编，或者根据历史素材创设问题情境、编制数学问题等，使其更加适应今日的课堂教学。
重构式	教材中借鉴历史，基于“历史—逻辑—认知”重构知识的发生与发展的历史，以发生的方法呈现要学的知识。

依据 Dickenson-Jones 提出数学文化在教材中的五种转化方式：分离、转述、融合、关联、联合，以及张维忠等学者提出的研究框架将数学文化在教材中的功能确定为表 3 所示的五种^{[4][11]}。

除此以外，如果遇到一个文化元素出现在多个不同的

活动中，或者是一个活动中出现多种类别的文化元素时都分别计数；在统计中，因为习题的丰富性，习题中的文化元素是单独做考虑的，将非例题、习题中的数学文化计作 NE，例题习题中的数学文化元素计作 E。

表 3 数学文化在教材中的五种功能

类别	内涵
提供背景性情境	数学文化为数学学习提供背景性素材，但不要求学生投入该情境中进行数学学习。
提供应用性情境	要求学生参与数学文化实践，意识到数学的作用，但不强调在不同文化中构建知识。
拓展数学思维与方法	鼓励学生从理论层面及实际操作中，对不同数学文化进行比较与分析，旨在拓宽并深化他们的数学思维方式和视野。
促进数学与文化交融	学生在体验数学文化实践的过程中学习数学知识，建立起数学知识与文化实践之间的关系。
体验文化实践	要求学生投入文化实践之中，至少在某些方面要符合原来的文化实践的形态，其功能是体认文化而非数学学习。

2.3 研究方法

本研究的比较分析建立在三个关键基础上：首先，教材同源性，两版教材均由人民教育出版社编制，面向相同的七年级数学课程；其次，体系延续性，两版教材在核心教学目标、知识架构和章节组织上保持连贯，呈现渐进式修订特征；最后，内容稳定性，两版教材在核心概念、知识点分布和习题系统上保持高度一致，差异主要体现在局部优化和文化元素更新上。

基于上述特征，本研究选用 Wilcoxon 符号秩次检验作为统计分析方法，其适用性主要体现在以下三个方面：第一，在数据特征适配性方面，由于研究涉及的计数数据为离散型非负整数，易偏离正态分布假设，而符号秩次检验对数据分布形态无严格要求，尤其适用于小样本数据分析；第二，在研究设计匹配性方面，新旧教材设计研究的章节具有一一对应关系，形成了天然的配对设计，符号秩次检验能够充分挖掘和利用这种配对信息；第三，在研究问题针对性方面，该方法能够直接有效地回答新旧版本数学教材在数学文化维度上是否存在显著性差异这一核心研究问题，为差异的显著性判断提供统计依据。综上，Wilcoxon 符号秩次检验能够较好地契合本研究的数据特征和研究设计需求，是分析新旧教材数学文化差异的適切方法。

3 研究结果

图 1 呈现了新旧教材中涵盖数学文化项目的总体数量，以及其在 NE 与 E 的数量分布情况。利用 Python 进行符号秩次检验来比较旧版和新版本在总项目数量、E 数量和 NE 数量上的差异。检验结果显示，在显著性水平为 0.05 的情况下旧版和新版本之间在总项目数量、E 数量和 NE 数量上无显著差异（ $T=1, P=0.5$ ），这彰显了教材编写的一致性，而教材编写的一致性，对于整个数学教学体系的稳定与连贯起着重要作用。就数值而言，总的来说新教材数学文化项目在总量上多于旧教材，可见，新教材积极回应了课程标准中对“数学文化”相关内容的重视，在新版本教材里提升了数

学文化项目的含量。

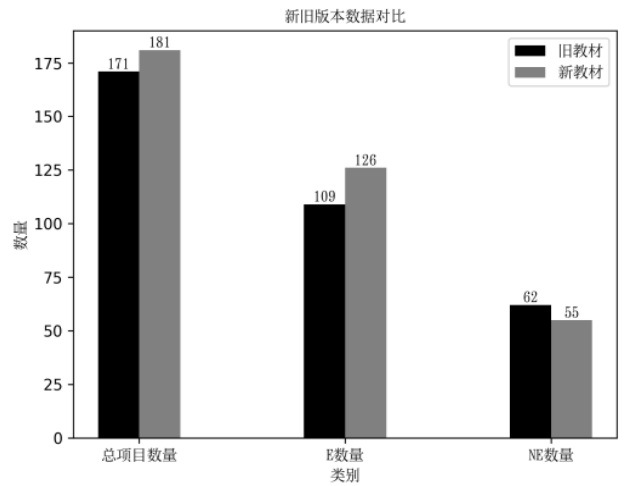


图 1

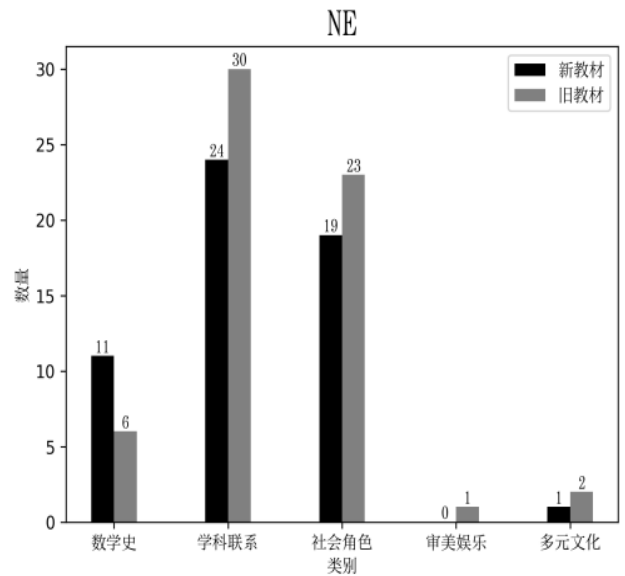


图 2

3.1 数学文化类型

图2与图3是新旧教材中五种数学文化类型在NE与E部分对应的柱状图。对NE部分进行检验得：在0.05显著性水平上，新旧教材在NE部分的五种文化类型无显著差异（ $T=4$ ， $P=0.4375$ ）。同理，新旧教材中五种文化类型在E部分也无显著差异（ $T=3$ ， $P=1.0$ ）。

就数量而言，在NE部分两版教材皆倾向于在跨学科或是与社会角色相关的背景之下，构建起数学知识的学习情境。相比而言，新教材更多地融入了与数学史相关的数学文化。新旧教材均包含多元文化，然而新教材当中并未涵盖“审美娱乐”类数学文化。在E部分，两版教材均更多地借助“社会角色”类数学文化来构建数学知识的应用情境，不过两版教材的例题习题皆不涉及“审美娱乐”和“多元文化”类数学文化。

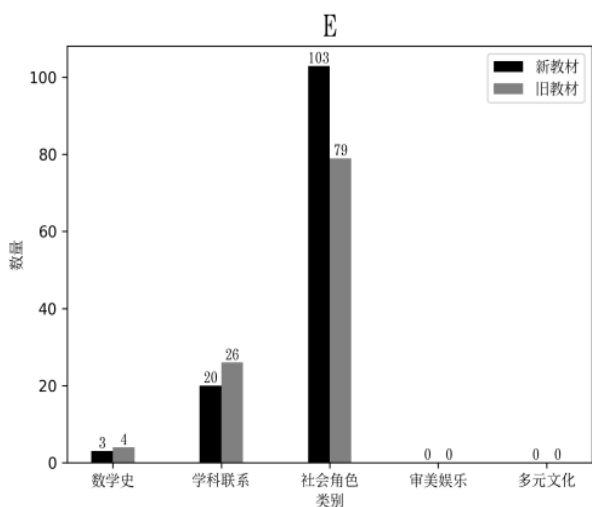


图3

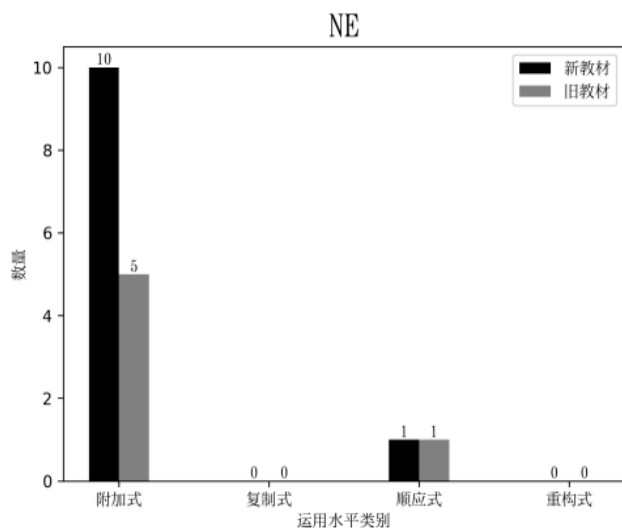


图4

3.2 数学文化运用水平

图4与图5是新旧教材中数学史运用水平在NE与E

部分的数量统计图。两版教材在NE部分融入数学史的水平以“附加式”为主，仅有一处设计“顺应式”运用水平，但都未涉及“复制式”与“重构式”。在E部分，新旧教材以“复制式”水平居多，新教材有1处习题涉及了“顺应式”应用水平。但是两版教材都没有“重构式”运用水平。利用公式(对数学史综合运用水平进行计算，得到在NE部分新教材运用水平为1.18，旧教材为1.33。相应地，在E部分，新教材运用水平为2.33，旧教材为2.00，对两部分的综合运用水平进行差异显著性检验，可知两版本教材在数学史的运用水平上不存在显著差异（ $T=1.0$ ， $P=1.0$ ）。

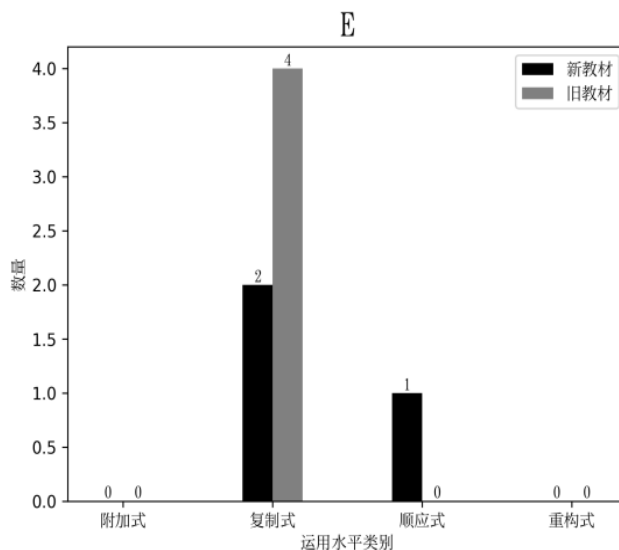


图5

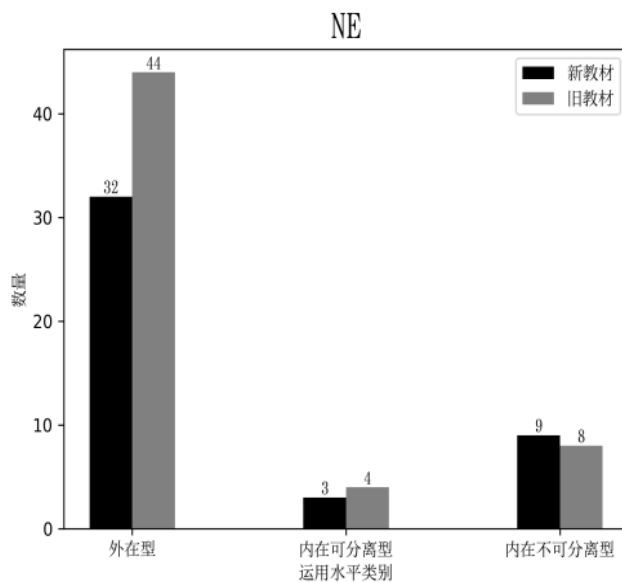


图6

图6与图7是其余类型数学文化在两版教材中的运用水平统计图。在NE部分，两版教材的数学文化均以“外在型”为主要运用水平，新教材在“内在不可分离型”运用水平上

比旧教材略高。在E部分,两版教材均以“内在不可分离型”为主,运用水平较高,并且新教材设置的内在不可分离型例题习题数量更多。利用公式(2)对其余类型综合文化运用水平进行计算,得到在NE部分新教材运用水平为1.48,旧教材为1.36。相应地,在E部分,新教材运用水平为2.77,旧教材为2.73,进行检验的两版教材在数学文化的综合运用水平上不存在显著差异($T=0$, $P=0.5$)。

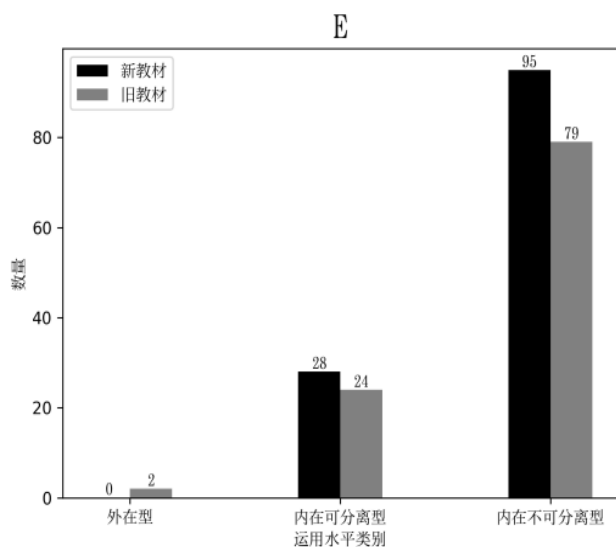


图7

3.3 数学文化功能

对新旧教材中数学文化的功能进行统计得到了图8与图9。进行差异检验可知,在NE部分,五类功能在新旧教材之间不存在显著差异($T=3$, $P=1$)。在E部分,五类功能在新旧教材之间不存在显著差异($T=0$, $P=0.065$)。从具体数值看,与模块相匹配,在NE部分数学文化的主要功能是提供背景性情境,在E部分则主要是为数学知识提供应用性情境。在NE部分,值得注意的是旧版教材中含有更多“促进数学与文化交流”功能,而新版教材中涉及该功能的数学文化较少。在E部分,新教材中提供应用性情境、拓展数学思维方法以及促进数学与文化交流等功能比起旧教材都有所增加,但是两个版本的教材都没有体现“体验文化实践”这一功能。

4 研究结论与思考

4.1 研究结论

4.1.1 新教材编写的渐进式改革

研究发现,新旧教材在数学文化类型分布、运用水平及文化功能三个维度上均呈现出一致性特征,这种多维稳定性充分体现了教材修订过程中的文化传承取向。其教育学价值呈现在双重层面:在课程实施维度,通过维系文化教学的连续性为师生提供平稳过渡;在认知发展维度,藉由保持文化认知的连贯性促进学习者建构系统的数学文化图式,从而确保课程标准实施的文化一致性。

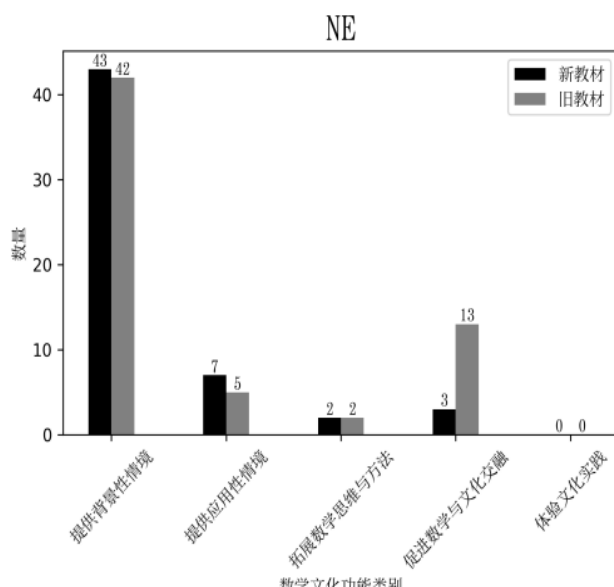


图8

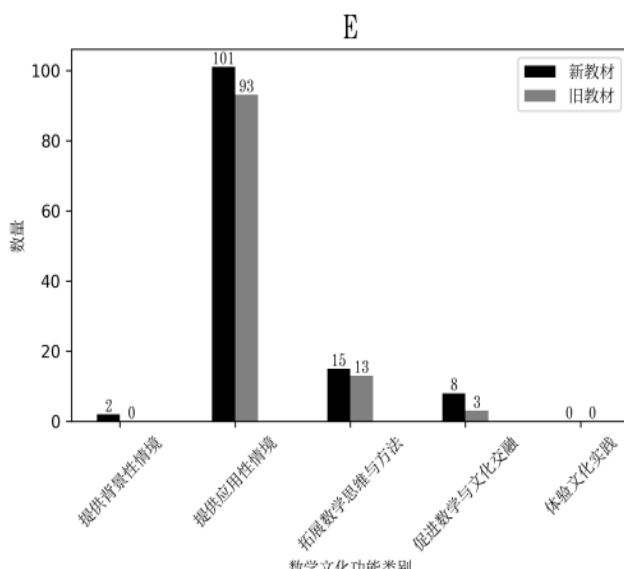


图9

4.1.2 新教材数学文化整合特征

从数量上看,新教材在数学文化的融入上展现了创新与提升。首先,在数学文化类型上,新教材积极引入数学史内容,增加了更多与数学发展历程和数学家思维相关的素材,帮助学生深入理解数学的演变过程,激发学习兴趣。其次,总的来说新教材在NE与E部分的数学文化运用水平高于旧版本教材,新教材的数学文化不再表现为孤立或附加的内容,而是更深层次地融入知识体系,成为教学活动的有机组成部分。

4.2 思考

4.2.1 丰富文化类型,拓展数学视野

在数学教育中,我们深刻体会到文化育人功能的重要意义,新课标对融入各类数学文化的重视为我们指明了方向,而新教材已初步落实了这一理念,数学文化的种类相较

于以往更加丰富多样,这无疑为数学教学注入了新的活力。然而,新教材在数学文化的融入上仍存在一些不足之处。首先,数学史相关内容的数量仍然较少,与教材的融合不够充分,这在一定程度上导致学生对数学发展脉络的理解不足,难以深刻体会数学知识的演进历程,并从中汲取古人的智慧;其次,‘审美娱乐’和‘多元文化’相关内容也有缺失,使数学失去了展现其趣味性和多元魅力的机会。这提醒我们,教师在教学过程中应充分发挥主观能动性,主动弥补教材的不足:可以深入挖掘数学史资源,巧妙融入课堂,让数学故事‘活’起来;可以积极引入审美娱乐元素,如数学之美在艺术、建筑中的体现,使学习过程充满乐趣与美感;也可以广泛涵盖多元文化,展示不同文化背景下的数学成果,拓宽学生视野,真正发挥数学文化的育人价值。

4.2.2 提升史学运用,彰显历史智慧

在新课标的指引下,新教材在数学史以及其他数学文化的综合运用上迈出了重要的一步,体现了对数学文化价值的深刻认识。但细究数学史的运用模式,缺点也不容忽视。目前数学史运用水平主要以“附加式”和“复制式”为主,“附加式”就像给数学知识生硬地添加历史注释,未将数学史与知识内核有机融合,导致学生难以体会其价值。“复制式”则只是简单重现历史资料,缺乏对其在现代教育情境下的转化。这种方式并未深入挖掘数学史与数学知识的内在联系,也未能充分发挥其启迪学生数学思维的作用。新教材在“顺应式”与“重构式”的运用水平上仍有较大提升空间,这两种方式强调将数学史自然地融入数学教学之中,通过重构教学内容,使数学史成为理解数学知识、培养数学思维的重要工具。为此,教师可以结合教材中已有的数学文化内容,进一步拓展数学史的运用水平。例如,以教材中的数学史素材为背景,结合网络资源或其他文献资料,深入挖掘数学史与数学知识的内在联系,通过重组教学内容,教师可以将数学史转化为帮助学生理解数学知识、培养数学思维的重要工具,从而实现从“附加式”和“复制式”向“顺应式”与“重构式”的转变。这种教学方式不仅更科学,也更贴合学生的认知特点,能够更好地发挥数学史在数学教育中的积极作用。

4.2.3 增效文化功能,激发多元价值

在教材编写中,为数学文化赋予多种功能,对于提升数学教育的深度和广度具有重要意义。然而,当前新教材在

数学文化功能上与旧教材差异不大,主要仍集中在“提供背景性情境”与“提供应用性情境”上。这种局限性不仅限制了数学文化的教育价值,也未能充分发挥其在培养学生数学核心素养、拓宽数学思维方面的潜力。教材编写应致力于为文化赋予不同功能,以此丰富学生的数学学习体验。例如,增加“体验文化实践”功能,能让学生沉浸于数学文化氛围,感受数学发展历程中的情感与智慧,培养对数学的兴趣与热爱;融入“拓展数学思维与方法”功能,可激发学生对数学知识来源和发展方向的探索欲望,提高创新思维能力;还有“促进数学与文化交流”,能使学生认识到数学在不同文化背景下的多样表现,拓宽国际视野。如此,数学教材才能真正成为培养全面发展的数学人才的有力工具。

参考文献

- [1] 林敏婷. 小学数学教材“你知道吗?”栏目数学文化的比较——以人教版、苏教版为例[J]. 课程教学研究, 2019, (08): 57-64.
- [2] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准(2022年版)[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2022: 2, 5-11.
- [3] 汪晓勤. 基于数学史的数学文化内涵课例分析[J]. 上海课程教学研究, 2019, (02): 37-43.
- [4] 唐恒钧, 张维忠, 李建标, 余伟忠. 澳大利亚数学教材中的数学文化研究——以“整数”一章为例[J]. 数学教育学报, 2016, 25(06): 42-45.
- [5] 汪晓勤. 主要国家高中数学教材中的数学文化[J]. 中学数学月刊, 2011, (05): 50.
- [6] 沈春辉, 柳笛, 汪晓勤. 文化视角下“中新美法”四国高中数学教材中“简单几何体”的研究[J]. 数学教育学报, 2013, 22 (04): 30-33+102.
- [7] 刘芳. 浙教版教材中数学文化渗透情况的分析[J]. 教学月刊(中学版), 2010, (02): 24-28.
- [8] 王建磐, 汪晓勤, 洪燕君. 中、法、美高中数学教科书中的数学文化比较研究[J]. 教育发展研究, 2015, 35(20): 28-32+55.
- [9] 汪晓勤. 法国初中数学教材中的数学史[J]. 数学通报, 2012, 51 (03): 16-20+23.
- [10] 吴超萍, 马俊海. 中国与加拿大初中数学教材中数学文化的比较研究——以“勾股定理”内容为例[J]. 中学数学月刊, 2020, (11): 35-36+40.
- [11] Dickenson-Jones A. Transforming Ethno Mathematical Ideas in Western Mathematics Curriculum Texts[J]. Mathematics Education Research Journal, 2008, 20(3): 32-53.