

Research on the Teaching of Example Questions in the Eighth Grade Mathematics Teaching Materials

Jie Mou

No. 7 Middle School, Dandong, Liaoning, 118001, China

Abstract

“Teaching with teaching materials, not teaching the materials” is the teaching idea advocated by the new curriculum reform, and example teaching is the central link of classroom teaching.

Keywords

mathematical example teaching; variant teaching; development of mathematical literacy

八年级数学教材例题教学的研究

牟杰

辽宁省丹东市第七中学, 中国·辽宁 丹东 118001

摘要

“用教材教, 而不是教教材”是新课程改革提倡的教学理念, 而例题教学是课堂教学的中心环节, 以例题为平台给学生提供充分展示的舞台, 注重探讨如何能恰到好处地让例题在整个教学中的作用达到更佳的教学效果。

关键词

数学例题教学; 变式教学; 数学素养的开发

1 引言

2016年11月, 我们向中国辽宁省教育学会申报的教研课题“八年级数学教材例题教学的研究”, 经中国辽宁省教育学会评审, 中国辽宁省教育学会学术委员会审批, 被立项为中国辽宁省教育学会“十三五”规划2017年度课题, (课题批准号: XH20170844)。一年来, 我们严格遵守《辽宁省教育学会课题管理办法》的有关规定和要求, 认真组织课题组撰写开题报告, 落实课题研究实施方案, 课题组成员齐心协力, 积极投身研究之中, 精心推进研究成果实践应用, 分享快乐的研究过程, 现已完成课题研究的各项既定任务, 取得了喜人的成果。现将课题的研究与实践工作总结如下, 请各位专家审议指正。

2 课题的提出

随着课程改革的深入, 人们对于初中数学课堂教学的质量提出了更高的要求。“用教材教, 而不是教教材”是新课

程改革提倡的教学理念, 而例题教学是课堂教学的中心环节, 如何能恰到好处地引用例题, 让例题在整个教学中的作用发挥的更淋漓尽致, 达到例题教学的效果, 是当前需要认真探讨和解决的问题。目前, 此项目在中国研究的还不多, 因此, 我们特申请了“八年级数学教材例题教学的研究”课题的研究工作。

3 研究的目标和研究内容

3.1 研究目标

以例题为平台, 给学生提供充分展示的舞台, 本课题注重探讨如何能恰到好处地引用例题就能让例题在整个教学中的作用达到更佳的教学效果。

3.2 研究内容

①数学教材中例题的选取旨在培养学生怎样的数学思维与数学思想方法以及这些思想方法如何逐步渗透。

②数学教材中前后例题的选取所存在的内在联系, 即前后知识的衔接。

③对数学教材中的例题加以进一步的挖掘,如探究一题多问、一题多解、多题一解或者一题多变等变式教学从而提升学生的数学核心素养。

4 研究对象和方法

研究对象:北师大版八年级(上、下册)数学教科书。

研究方法:文献法、问卷调查法、案例研究法、经验总结法等。

5 研究的过程与方法

数学例题是数学教材的重要组成部分,教师教学中要用一定的时间对数学例题进行分析讲解,学生要用一定的时间对例题进行学习,对例题恰当有效地处理是上好一堂数学课的关键。

(1) 数学教材中例题的选取旨在培养学生怎样的数学思维与数学思想方法以及这些思想方法是如何逐步渗透。

古人云:“授人以鱼,不如授人以渔。”一个学生即使他拥有许多数学基础知识,但如果缺少数学思想和方法的指导,也不可能成为高素质的数学学习者,充其量只能算是一个数学知识的奴隶。数学思想和方法是“双基”的有效载体。教学中,教师要注重“双基”的落实,更要重视知识形成的过程和总结,长此以往,学生的数学意识和能力就能得到充分发展。对例题的处理是用大量的时间去分析例题的解题过程:怎样去做,为什么要这样做,依据是什么,提炼解题的指导思想,从而把解题经验上升到思想方法的高度,使学生对数学思想的认识从感性上升到理性,从实践升华为理论,逐步形成数学观念,会用数学眼光看问题、思考问题。教师引导通过总结规律,提炼解题模型,观察问题特征,捕捉解题信息,使学生能敏捷地发现问题,并以最快速度抓住主要矛盾,培养思维的敏捷性。所以每讲一堂课的例题,都要归纳小结,寻找规律,可运用口诀记忆等方法。^[1]

比如:在讲解北师大版第二章第六节一元一次不等式组的例题时,鼓励学生利用类比思想和数形结合思想自主探究,合作交流,大胆表述,满足学生多样化的学习要求。

例 1: 解不等式组:
$$\begin{cases} 3x-2 < x+1 & (1) \\ x+5 > 4x+1 & (2) \end{cases};$$

例 2:
$$\begin{cases} 5x-2 > 3(x+1) & (1) \\ \frac{1}{2}x-1 \geq 7-\frac{3}{2}x & (2) \end{cases};$$

例 3:
$$\begin{cases} x+3 < 5 & (1) \\ x-2 > 4 & (2) \end{cases};$$

例 4:
$$\begin{cases} \frac{x+1}{2} < 1 & (1) \\ 7x-8 < 9x & (2) \end{cases}。$$

在讲解完四个例题后,归纳总结其解集:“同大取大,同小取小,大小小大中间找,大大小小无处找”,学生很容易记住,并一下子抓住本质。再如在讲解坐标平移时,总结平移规律为“左减右加纵不变,上加下减横不变。”在讲解完全平方公式时:完全平方有三项,首尾符号是同乡,首平方,尾平方,首尾二倍放中央。又如,对解答三角形、梯形等问题中常见的辅助线进行归纳总结,让学生一下子就能体会辅助线的妙用。

(2) 数学教材中前后例题的选取所存在的内在联系,即前后知识的衔接。

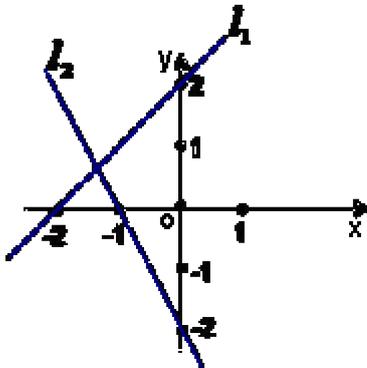
数学是一门逻辑性很强、系统性很强、前后知识联系很紧密的学科,很多新知识都是在已有知识的基础上形成和发展起来的。也就是说,前面的知识是后面知识的基础,后面知识是前者的发展,联系旧知识学习新知识是学习数学的重要方法,教师在数学教学中要善于把握新旧知识的联系,做到在联系当中教,引导学生在联系当中学。^[1]

例如:北师大版教科书八年级(上)第七章第六节“二元一次方程与一次函数”本节课为第1课时,该节内容是二元一次方程(组)与一次函数及其图像的综合应用,通过探索“方程”与“函数图像”的关系,培养学生数学转化的思想,通过二元一次方程方程组的图像解法,使学生初步建立了“数”(二元一次方程)与“形”(一次函数的图像(直线))之间的对应关系,进一步培养了学生数形结合的意识 and 能力。本节要注意的是由两条直线求交点,其交点的横纵坐标为二元一次方程组的近似解,要得到准确的结果,应从图像中获取信息,确立直线对应的函数表达式即方程,再联立方程应用代数方法求解,其结果才是准确的。

这是典型例题:探究方程与函数的相互转化。

例1: 用作图像的方法解方程组 $\begin{cases} x-2y=-2, \\ 2x-y=2. \end{cases}$

例2: 如图, 直线 l_1 与 l_2 的交点坐标是 _____。



意图: 设计例1进一步揭示“数”的问题可以转化成“形”来处理, 但所求解为近似解。通过例2, 让学生深刻感受到由“形”来处理的困难性, 由此自然想到求这两条直线对应的函数表达式, 把“形”的问题转化成“数”来处理。这两例充分展示了数形结合的思想方法, 为下一课时解决实际问题作了很好的铺垫。

(3) 对数学教材中的例题加以进一步的挖掘, 如探究一题多问、一题多解、多题一解或者一题多变等变式教学。

数学教材是众多专家经过多重思考与仔细推敲后编写的, 编选的例题虽然不能说是最好的, 但一般也具有科学性、示范性、典型性和导向性的作用。在数学课堂上应以教材内容为教学基础, 重视对其中各种例题的内涵与外延进行讲解与分析, 也就是要重视例题所表现出的知识各种变式, 使学生在已经掌握知识的前提下进行进一步的思考与问题的衍生, 促进学生数学学习技能的养成与提升。有效的学习不能单纯依赖模仿、记忆, 教师在解题教学中, 应尽量避免舍本丢纲, 盲目重复训练, 通过例题教学, 采用合理的策略, 例如一题多解、一题多变, 多题一解或者一题多变等变式教学, 丰富题目的内涵, 使有限的例题教学发挥最大效益, 有利于学生数学核心素养的提升, 从而提高教学质量。

5.1 一题多问

课堂教学以问题为中心, 可根据学生的不同程度, 在例题教学中通过对知识点的铺垫、分解、交汇、拓展、延伸, 精心设计不同难度的问题。从问题的提出, 到层层深入, 直

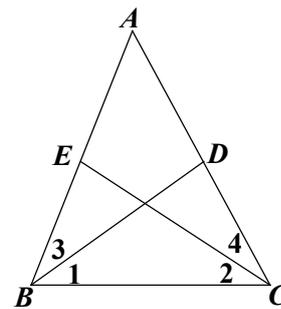
至问题的解决, 多问几个为什么, 引导、启发学生抓住问题的本质特征, 而不是无创造性的“模仿”, 这无疑比讲十道、百道乃至更多的例题来巩固知识的效果要好得多。只有以例导思, 最大限度调动各层次学生的学习积极性, 让学生参与寻求解题途径的过程, 给学生充分展示思维过程的机会, 使得思维不断深入、发展、完善, 学生思维的缜密性和逻辑严谨性才能真正得到训练。^[2]

比如: 北师大版八年级下册第一章——1.1 等腰三角形, 第5页例1。

求证: 等腰三角形两底角的平分线相等。

已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, BD 、 CE 是 $\triangle ABC$ 的角平分线。

求证: $BD=CE$ 。



教材给出的证法:

$\because AB=AC,$
 $\therefore \angle ABC = \angle ACB$ (等边对等角)。
 $\because \angle 1 = \angle ABC, \angle 2 = \angle ACB,$
 $\therefore \angle 1 = \angle 2.$
 在 $\triangle BDC$ 和 $\triangle CEB$ 中,
 $\angle ACB = \angle ABC, BC=CB, \angle 1 = \angle 2.$
 $\therefore \triangle BDC \cong \triangle CEB(ASA).$
 $\therefore BD=CE$ (全等三角形的对应边相等)

师生共同探究的证法 2:

证明: $\because AB=AC,$
 $\therefore \angle ABC = \angle ACB.$
 又 $\because \angle 3 = \angle 4.$
 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ACE$ 中,
 $\angle 3 = \angle 4, AB=AC, \angle A = \angle A.$
 $\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE(ASA).$

∴ $BD=CE$ (全等三角形的对应边相等)。

在证明过程中, 学生思路一般还较为清楚, 但毕竟严格证明表述经验尚显不足, 因此, 教学中教师注意对证明规范提出一定的要求, 因此, 注意请学生板书其中部分证明过程, 借助课件展示部分证明过程; 可能部分学生还有一些困难, 注意对有困难的学生给予帮助和指导。

提问: 请学生思考, 除了等腰三角形两个底角的平分线相等以外, 还能得出哪些重要的线段相等?

通过学生的自主探究和同伴的交流, 学生一般都能在直观猜测、测量验证的基础上探究出:

等腰三角形腰上的高相等; 等腰三角形腰上的中线相等。并对这些命题给予多样的证明。

再提请学生思考, 除了角平分线、中线、高等特殊的线段外, 还可以有哪些线段相等? 并在学生思考的基础上, 研究课本“议一议”:

在课本图 1-4 的等腰三角形 ABC 中,

(1) 如果 $\angle ABD = \angle ABC$, $\angle ACE = \angle ACB$ 呢? 由此, 你能得到一个什么结论?

(2) 如果 $AD=AC$, $AE=AB$, 那么 $BD=CE$ 吗? 如果 $AD=AC$, $AE=AB$ 呢? 由此你得到什么结论?

解答: (1) 结论: 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle ABD = \angle ABC$, $\angle ACE = \angle ACB$, 就一定有 $BD=CE$ 。证明略。

(2) 结论: 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $AD=AC$, $AE=AB$, 那么 $BD=CE$ 。证明略。

再请学生思考, 为什么等腰三角形会有多组相等的线段呢?

通过对这两个问题的研究, 我们可以发现等腰三角形中, 相等的线段有无数组。这和等腰三角形是轴对称图形这个性质是密不可分的。

本节课例题教学关注了问题的变式与拓广, 实际上引领学生经历了提出问题、解决问题的过程, 因而较好地提高了学生的研究能力, 提高学生变式能力、问题拓广能力, 发展学生学习的自主性。

5.2 一题多解

一道数学题, 从不同角度去考虑, 可以有不同的思路, 不同的解法。在例题教学中, 教师通过一题多解的教学方式, 激发学生去发现和去创造的强烈欲望, 加深学生对所学知识

的理解, 有利于培养学生的发散思维能力和提高解题技巧。通过一题多解, 训练学生全方位思考问题, 分析问题, 有利于启迪思维, 开阔视野, 培养学生思维的广阔性、变通性、创造性。^[2]

比如: 北师大版八年级下册第一章——1.3 线段的垂直平分线的第一课时的例题。

“如果有一个点到线段两个端点的距离相等, 那么这个点在这条线段的垂直平分线上。”

引导学生分析证明过程, 有如下四种证法:

证法一:

已知: 线段 AB , 点 P 是平面内一点且 $PA=PB$ 。

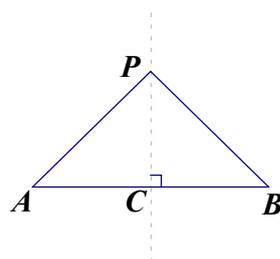
求证: P 点在 AB 的垂直平分线上。

证明: 过点 P 作已知线段 AB 的垂线 PC , $PA=PB$, $PC=PC$,

∴ $Rt \triangle PAC \cong Rt \triangle PBC$ (HL 定理)。

∴ $AC=BC$,

即 P 点在 AB 的垂直平分线上。



证法二: 取 AB 的中点 C , 过 PC 作直线。

∴ $AP=BP$, $PC=PC$, $AC=CB$,

∴ $\triangle APC \cong \triangle BPC$ (SSS)。

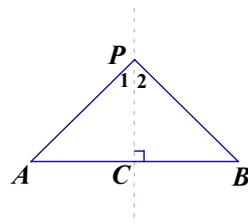
∴ $\angle PCA = \angle PCB$ (全等三角形的对应角相等)。

又 ∵ $\angle PCA + \angle PCB = 180^\circ$,

∴ $\angle PCA = \angle PCB = \angle 90^\circ$, 即 $PC \perp AB$

∴ P 点在 AB 的垂直平分线上。

∴ P 在 AB 的垂直平分线上。



在做完证明以后，引导学生进行总结：

(1) 线段的垂直平分线可以看成是到线段两个端点距离相等的所有点的集合。

(2) 到一条线段两个端点的距离相等个点在这条线段的垂直平分线上，因此只需做出这样的两个点即可做出线段的垂直平分线。

5.3 多题一解

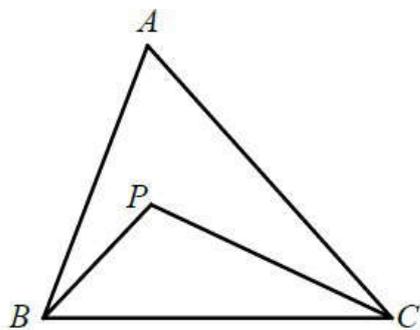
对简捷常用的解题方法要让学生熟记于心，单靠死记硬背是不行的，如果教师能选择不同题型但能用相同或相似的方法解题，学生在应用中就会对这种解题方法熟练掌握。采用“多题一解”进行教学，引导学生在解题时同时自觉发现、摸索、总结、应用解题规律，从而扭转部分学生在理论上足够知识，但一遇到解题茫然无措不知从何着手的被动局面。^[2]

比如：北师大版八年级上第六章——6.5 三角形内角和定理的第二课时例题 3。

如图，P 为 $\triangle ABC$ 内一点，连接 PB，PC，

求证： $\angle BPC > \angle A$ 。

证明：略

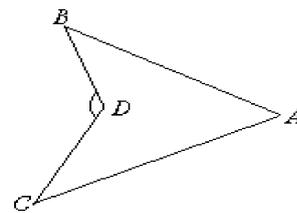


设计的目的：这个例题是 P183 习题 7.7 的基础，是不等关系的证明题，因为学生接触较少，对于几何图形中的不等关系的证明比较陌生，因此有必要在证明第 2 小题中，要引导学生找到一个过渡角 $\angle ACB$ ，由 $\angle 1 > \angle ACB$ ， $\angle ACB > \angle 2$ ，再由不等关系的传递性得出 $\angle 1 > \angle 2$ 。因此需要加强练习。让学生接触各种类型的几何证明题，提高逻辑推理能力，培养学生的证明思路。

P183 习题 7.7——第 3 题。

如图，求证：(1) $\angle BDC > \angle A$ 。

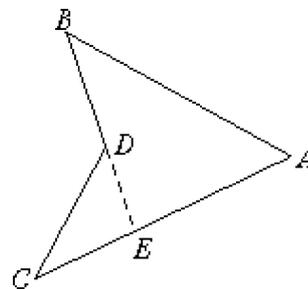
(2) $\angle BDC = \angle B + \angle C + \angle A$ 。



如果点 D 在线段 BC 的另一侧，结论会怎样？

通过学生的探索活动，使学生进一步了解辅助线的作法及重要性，理解掌握三角形的内角和定理及推论。

证明：(1) 延长 BD 交 AC 于 E (或延长 CD 交 AB 于 E)，如图。



则 $\angle BDC$ 是 $\triangle CDE$ 的一个外角。

$\therefore \angle BDC > \angle DEC$ 。(三角形的一个外角大于任何一个和它不相邻的内角)

$\because \angle DEC$ 是 $\triangle ABE$ 的一个外角 (已作)。

$\therefore \angle DEC > \angle A$ (三角形的一个外角大于任何一个和它不相邻的内角)

$\therefore \angle BDC > \angle A$ (不等式的性质)

(2) 延长 BD 交 AC 于 E，则 $\angle BDC$ 是 $\triangle CDE$ 的一个外角。

$\therefore \angle BDC = \angle C + \angle DEC$ (三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和)

$\because \angle DEC$ 是 $\triangle ABE$ 的一个外角

$\therefore \angle DEC = \angle A + \angle B$ (三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和)

$\therefore \angle BDC = \angle B + \angle C + \angle BAC$ (等量代换)

本节课的教学设计力图充分挖掘学生的潜能，展示学生的思维过程，体现“学生是学习的主人”这一主题；从特殊到一般，从不完全归纳到合情推理，展示了一个完整的思维过程；在整个教学中尽可能的避免教学的单调性，因此编排了一题多解的训练，为发散性思维创设情境，调动学生学习的极大热情。

5.4 一题多变

例题教学中,针对知识点,设置一题多变,由一题发散为若干题,层层推进,不仅增强了例题的使用价值,使学生对原例题的认识和理解呈螺旋式上升,还能帮助学生活化解题思路,灵活运用知识,增强思维的广阔性,达到由例及类、触类旁通、以一胜多的效果。一题多变的策略,帮助学生形成思维定势,而又打破思维定势,有利于培养思维的变通性和灵活性。^[2]

比如:(原例题)已知等腰三角形的腰长是4,底长为6;求周长。

我们可以将此例题进行一题多变。

变式1:已知等腰三角形一腰长为4,周长为14,求底边长。(这是考查逆向思维能力)

变式2:已知等腰三角形一边长为4,另一边长为6,求周长。(改变思维策略,进行分类讨论)

变式3:已知等腰三角形的一边长为3,另一边长为6,求周长。(显然“3只能为底”否则与三角形两边之和大于第三边相矛盾,这有利于培养学生思维严密性)

变式4:已知等腰三角形的腰长为 x ,求底边长 y 的取值范围。

变式5:已知等腰三角形的腰长为 x ,底边长为 y ,周长是14。请先写出二者的函数关系式,再在平面直角坐标内画出二者的图像。(与前面相比,要求又提高了,特别是对条件 $0 < y < 2x$ 的理解运用,是完成此问的关键)

6 研究的成果

该课题经过一年的研究实施,本课题组成员每人都撰写了相关的教学案例和教学论文,初步总结并记录了本课题“八年级数学教材例题教学的研究”的一些成功经验与做法。构建了适合我校情况的数学教材例题教学的操作模式。因此,本课题具有一定的实效性,对于提高中学阶段的教学质量具有普遍的借鉴意义。

6.1 学生的素质得到了发展

6.1.1 促进了学生问题意识、创新意识的形成

在课题实施之前,学生往往只满足于教材及教师提供的结论,在回答问题时基本上都是照搬书本上的知识和观点,不能较好地形成自己的观点。实施课题以后,往往会问几个

为什么,人云亦云的状况明显减少,善于思考的习惯增多了,问题意识、创新意识明显增强。

6.1.2 促进了学生探究能力的发展

在课题实施之前,虽然学生也能提出一些问题,但问题的类型比较单一,更主要的是问题缺乏一定的深度。实施课题以后,学生无论在课内还是在课外,所提出的问题深刻性明显增强。

6.1.3 促进了学生合作精神与人际交往能力的提高

例题教学时对问题的探究为学生提供了合作学习的机会,在交流中了解彼此,在帮助中学会合作,在支持中不断克服困难,在和谐、融洽的探究氛围中发现问题,找到解决问题的方法。

6.1.4 培养了学生的数学素养

数学教育的根本目的是培养学生具有数学思想和数学方法,应用它们去观察数学世界,认识世界、改造世界。在例题教学中,培养了学生的一双数学眼睛,使他们能用数学的眼光去描述生活中的数学现象,而且逐步形成了以数学的思维方式来观察周围事物,分析生活现象,用学到的本领去解决生活中的一些数学问题,通过本课题的研究,学生的数学素养得到了有效的培养。

6.2 教师的素质得到了提高

教师对课题研究有了新的认识。课题组成员分工负责,责任到人,教师的科研积极性很高,做到了人人参与课题。

教师在例题教学设计时力图具有以下几个特色:

(1)充分挖掘学生的潜能,展示学生的思维过程,体现“学生是学习的主人”这一主题;

(2)重点分析解题思路,贵在数学思想方法的教学,从特殊到一般,从不完全归纳到合情推理,展示了一个完整的思维过程;

(3)在整个教学中尽可能的避免教学的单调性,因此编排例题的变式教学训练,为发散性思维创设情境,调动学生学习的极大热情;

(4)结合实际,另辟蹊径,自编例题,重视“开放”与“拓展”。

一年来,我们坚持将课题研究与课堂教学实践紧密结合起来,不断反思,不断进步。课题组成员至少上一节八年级例题教学研讨课,每人至少写一篇科研总结论文。其中牟杰、

刘丽娟老师的教学视频被中国辽宁省丹东市一等奖,宋冰老师的说课:《有理数的加法》获中国辽宁省丹东市数学优质课二等奖,王义福论文:《教学实践中培养学生的数学自学能力》获中国辽宁省优秀论文一等奖,牟杰老师被评为中国辽宁省丹东市的“十三五”学科带头人和骨干教师。

7 效果与反思

目前,每位老师都有意识地认真备课,为例题教学作好充分准备,注重运用创新的教学方式去引导学生,挖掘学生的潜能,从而开发他们的智力。但是,我们也发现了一些问题:

(1)对数学教材的例题进一步的挖掘,如探究一题多解或者多题一解等变式教学,不仅增强了例题的使用价值,使学生对原例题的认识和理解呈螺旋式上升,还能帮助学生生活化解题思路,灵活运用知识,增强思维的广阔性,达到由例及类、触类旁通、以一胜多的效果。一题多变的教学策略,帮助学生形成思维定势,而又打破思维定势,有利于培养思维的变通性和灵活性。但是,并不是每一个例题都要变条件、变问题,要因人因题灵活处理,否则会适得其反。选择例题进行变式要注意把握变化的“度”,不要“变”得过于简单,也不能太难。

(2)数学题型千变万化,教师所选的例题题型也应随之变化多端。例题选择的恰当与否直接关系到学生对一节课的

吸收程度,并且对他本身思维的培养,智力开发都是非常重要的,作为数学教师,切不能无目的性乱举例题进行教学的“满堂灌”。

本课题经过一年的研究,基本解决了探讨如何能恰到好处地引用教材例题就能让例题在整个教学中的作用发挥的更淋漓尽致,达到更佳的教学效果。但是还有许多问题需要进行深层次的探讨。

研究结果说明,对八年级数学教材例题教学的研究,有利于学生开阔视野,学会借鉴,自由地创造,深入地探究,灵活地应用,深刻地反思,大面积提高了教学质量,基本实现了课题立项之初的假设。

8 结语

数学例题是数学教材的重要组成部分,教师教学中要用一定的时间对数学例题进行分析讲解,学生要用一定的时间对例题进行学习,对例题恰当有效地处理是上好一堂数学课的关键。切实加强各类型例题的教学,对于学生理解和掌握基础知识,培养能力,发展智力,训练思维是至关重要的。

参考文献

- [1] 钟伟.对初中数学例题教学的一些看法[J].初中数学讲座4,2013:1-1
- [2] 钟伟.初中数学课堂例题教学可采取的一些策略[J].初中数学讲座4,2013:1-1