

# Research on Teaching Design of Cultivation of Higher-order Thinking in Junior Middle School——Taking “Position Relationship Between Circle and Line” as an Example

Youman Hu

Hangzhou Kaiyuan Middle School, Hangzhou, Zhejiang, 310000, China

## Abstract

The fundamental task of mathematics teaching in junior high school is to cultivate students' thinking, especially high-order thinking. Taking the position relationship between circle and straight line as an example, the author analyzes the teaching links of high-order thinking training in junior high school mathematics, including situational introduction, analogical inquiry, example explanation, expansion and improvement, etc., so as to effectively improve the high-order thinking ability of junior high school students.

## Keywords

junior high school mathematics; high-order thinking; teaching design

# 初中数学高阶思维培养的教学设计研究——以“圆与直线的位置关系”为例

胡优曼

杭州市开元中学, 中国·浙江 杭州 310000

## 摘要

初中数学教学的根本任务,是培养学生的思维,尤其是高阶思维。笔者以圆与直线的位置关系为例,分析初中数学高阶思维培养的教学环节设置,包括情景导入、类比探究、例题讲解、拓展提高等,有效提升初中生高阶思维能力。

## 关键词

初中数学; 高阶思维; 教学设计

## 1 引言

早在1960年美国教育协会就发表观点:“教育的基本思路——便是培养思维能力”。数学教学本质是思维的教学。每个人都有一定的思维能力,但良好的思维能力就像赛跑,是技巧上的训练结果。赛跑选手只有通过一定训练才能掌握腾飞的技巧,因此,良好的思维能力培养需要相应的教学支持。笔者认为任何一节数学课甚至一道题都可以设计不同层次的思维任务,教师应有意识地设计简单的问题引发学生复杂的思考。本文以“圆与直线的位置关系”为教学案例,归纳整理出一些初中学生数学高阶思维能力培养的教学策略。<sup>[1]</sup>

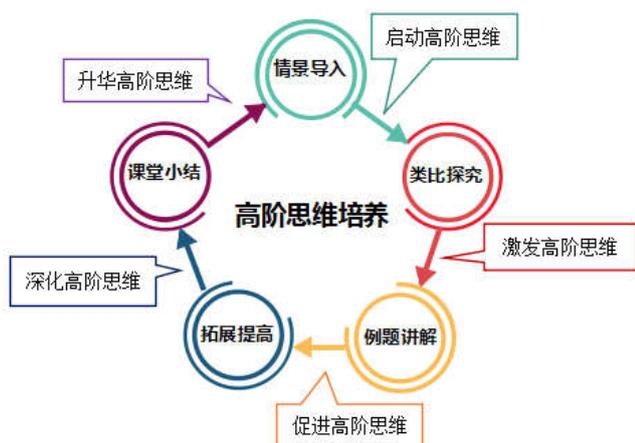
## 2 教学背景分析

### 2.1 教材分析

圆的教学在平面解析几何乃至整个中学数学中都占有重要地位,而直线与圆的位置关系的应用比较广泛,它是初中几何的综合运用,是在学习了点和圆的位置关系的基础上进行的,又为今后圆与圆的位置关系作了铺垫。

### 2.2 学情分析

在此之前,学生已经掌握了圆的基本性质,具备一定的几何推理分析能力,但圆的综合运用对于学生而言比较难。本节课探索直线与圆的三种位置关系的判定方法是教学重点,例2中知识的实际运用,包括如何画示意图是教学难点。为了有效培养学生思维能力,本节课设计了以下教学环节。



### 2.3 教学目标

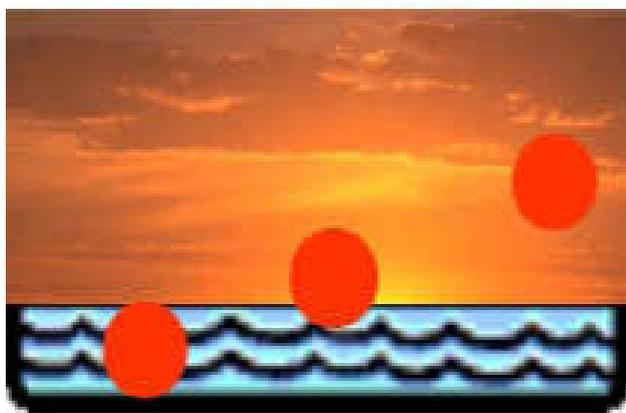
- (1) 通过情景设置，探索并理解直线与圆的位置关系，提升学生的理解力、表达力和创造力。
- (2) 由点与圆的位置关系类比探索得到直线与圆的位置与圆的半径和圆心到直线的距离的大小关系，发展学生的迁移能力和创造能力，提升概括性思维能力。
- (3) 通过小组合作，自主探究，互相评价，培养学生团队协作能力，促进学生主动思考和学会质疑，增强学生创新意识。
- (4) 通过例题实际应用，提高学生审题画图能力，培养学生分析问题、解决问题的能力。

## 3 教学环节设置

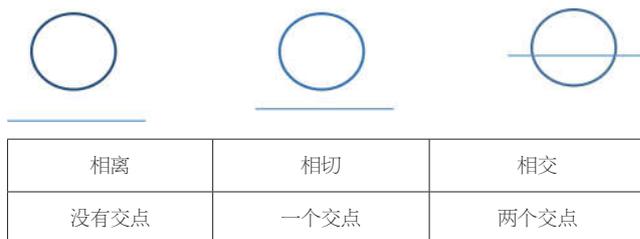
### 3.1 情景导入，启动高阶思维<sup>[2]</sup>

#### 3.1.1 教学活动

(1) 展示海上日出，你能抽象出哪些基本的几何图形？在太阳升起的过程中，太阳和地平线会有哪几种不同的位置关系？由此能得到直线与圆的位置关系吗？



(2) 请你画出三种直线与圆的位置关系，并观察其不同特征。



#### 3.1.2 设计说明

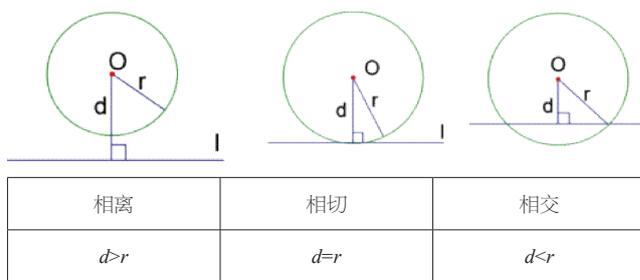
由海上日出这一美丽的自然风光引入，从生活中“找”数学，“思”数学，“探”数学，激发学生探索数学知识的兴趣，充分体验数学来源于实践，启动高阶思维。对生活中的数学问题产生好奇心和求知欲，这是学生容易接受的学习数学的好方法。学生根据海上日出现象，抽象出直线与圆的位置关系，并探究其不同特征，提升其抽象概括能力。学生自主探究，经历思维生成过程，由学生自主下定义，发展其理解力、表达力和创造力。

### 3.2 类比探究，激发高阶思维

#### 3.2.1 教学活动

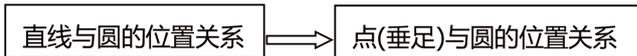
(1) 如何判断直线与圆的位置关系呢？

类比“点与圆的位置关系”通过点到圆心的距离  $d$  与圆的半径  $r$  之间的“数量关系”来判断，动手操作（画图），小组合作，探索交流。



逆向思考：根据  $d$  与  $r$  的大小关系能否确定直线与圆的位置关系？

(2) 证明：寻找突破口：



通过转化为点与圆的位置关系来研究数量特征，体会位置关系与数量关系的联系，感受数与形的转化。

- ① 直线与圆相离  $\iff$  垂足在圆外  $\iff d > r$
- ② 直线与圆相切  $\iff$  垂足在圆上  $\iff d = r$
- ③ 直线与圆相交  $\iff$  垂足在圆内  $\iff d < r$

(3) 小结：

直线与圆的位置关系	相离	相切	相交
方法1: 看公共点的个数(形)	2	1	0
方法2: 找圆心到直线距离 $d$ 与半径 $r$ 的关系(数)	$d > r$	$d = r$	$d < r$

### 3.2.2 设计说明

#### (1) 自主探索, 思维挣扎

在探索直线和圆位置关系所对应的数量关系时, 应放手课堂, 学生主动参与, 自主画图探究, 经历思维曲折的挣扎过程, 自然生成思维。

#### (2) 迁移类比, 思维发散

先引导学生回顾点和圆的位置关系所对应的数量关系, 启发学生运用迁移类比的思维来思考直线与圆的问题, 基于“先行组织”的学习、研究方式的迁移, 发散思维, 从而突破难点, 充分理解位置关系与数量关系的相互转化。在证明过程中, 寻找突破口, 通过转化化为点(垂足)与圆的位置关系来研究数量特征, 感受数与形的转化。

#### (3) 小组合作, 思维碰撞

学生探索直线和圆三种位置关系所对应的数量关系时, 基于小组学习的合作性和互动性, 给予学生足够的探索、交流的时间, 激发学生的审辩式思维。充分发挥小组合作的特点, 学生相互启发讨论, 暴露自我思维, 碰撞思维的火花, 形成思维互补, 集思广益, 从而使结论更清晰、准确, 提升学生创造性思维。

#### (4) 归纳总结, 思维提升

学生自主归纳, 逐步得到判断直线与圆的位置关系的两种方法, 其实是在“说自己的思维”, 展示自我思考历程。组内交流, 互相纠正, 暴露思考的欠缺, 学会“双向质疑”, 提升学生批判性思维和概括性思维。

## 3.3 例题讲解, 促进高阶思维<sup>[3]</sup>

### 3.3.1 教学活动

【例1】在  $Rt \triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = 8$ ,  $BC = 6$ , 若以  $C$  为圆心,  $r$  为半径画  $\odot C$ , 根据下列  $r$  的值, 判断直线  $AB$  与  $\odot C$  的位置关系。

(1) $r = 4$  (2) $r = 4.8$  (3) $r = 7$

变式: 根据下列条件, 求半径  $r$  的值或取值范围。

- (1) 直线  $AB$  与  $\odot C$  相离
- (2) 直线  $AB$  与  $\odot C$  相切
- (3) 直线  $AB$  与  $\odot C$  相交

【例2】在码头  $A$  的北偏东  $60^\circ$  方向有一个海岛, 离该岛中心  $P$  的 12 海里范围内是一个暗礁区。货船从码头  $A$  由西向东航行, 行驶了 10 海里到达点  $B$ , 这时岛中心  $P$  在北偏东  $45^\circ$  方向。若货船不改变航向, 则货船会不会进入暗礁区?

变式提升: 略

### 3.1.2 设计说明

#### (1) 精心设计, 一题一类, 拓展思维广度

通过例1及变式, 会判断直线与圆的位置关系, 或根据位置关系求  $r$  的取值, 促进互逆思考, 发展逆向思维。例1及变式, 一题一类, 精心筛选, 保证思维广度, 真正做到做一题会一类。

#### (2) 潜心组织, 一题多变, 开掘思维深度

利用例题一题多变, 挖掘思维深度, 学生独立思考后组内交流, 整理思考路径, 汇报展示成果, 归纳一般研究方法。例2实践运用, 需要学生根据题意自主画图, 培养学生的几何作图能力, 会利用图形分析问题、解决问题, 促进高阶思维发展。同时, 紧密衔接现实生活, 学生真正感受到生活中处处有数学, 体验数学知识的实用价值和应用意识。

## 3.4 拓展提高, 深化高阶思维

### 3.4.1 教学活动

拓展提高题: 已知  $\odot O$  的半径  $r = 7\text{cm}$ , 直线  $l_1 // l_2$ , 且  $l_1$  与  $\odot O$  相切, 圆心  $O$  到  $l_2$  的距离为  $9\text{cm}$ 。求  $l_1$  与  $l_2$  的距离。

### 3.4.2 设计说明

通过画图分析及分类讨论, 提升学生的分析性思维, 深化高阶思维。

## 3.5 课堂小结, 升华高阶思维

从内容、思想、方法等方面归纳整理本节课, 学生自主总结, 互相评价, 教师适当补充, 提升学生概括性思维, 发展学生的表达能力, 完善并升华高阶思维。

## 4 课堂教学反思

新课程指出: 学生是学习的主体, 是发展的主体。在本节课堂教学中, 教师将课堂的主动权交给了学生, 以“探究过程, 探究方法, 探究结果, 运用结果”为主线, 重视学生的主动参与、亲自研究、动手操作, 从中体验学习知识的过程, 引导学生在发现问题、分析问题、解决问题的同时, 培养学

生的自主探究能力和创新意识。

本节课通过(1)情景导入,启动高阶思维;(2)类比探究,激发高阶思维;(3)小组合作,深化高阶思维;(4)例题学习,促进高阶思维等教学环节设置有效培养学生的思维能力.学生作为课堂教学的主体参与到教学过程中,充分呈现自己的思维过程,在不断参与、体验、探索的过程中真正成为学习的主人,养成勇于探索、敢于质疑的学习品质。同时,教师为学生的学习创造适合探究的环境,营造积极向上的氛围,促进小组合作的开展,把握探究学习的深度,评价自主探索的效果,有

效培养学生数学高阶思维能力,提升学生的分析性思维、概括性思维和创造性思维。

### 参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部制定.义务教育数学课程标准(2011版)[M].北京:北京师范大学出版社,2012.
- [2] 张娟萍.高阶思维:初中数学教学变革的新视角[M].杭州:浙江大学出版社,2017(12).
- [3] 魏兰香.浅谈初中数学教学反思的作用[J].时代报告,2012(02).