

Teaching Design to Improve Thinking Ability by Analogy——Taking “Vertical Path Theorem” as an Example

Jiajing You

Hangzhou Kaiyuan Middle School, Hangzhou, Zhejiang, 310000, China

Abstract

The new teaching of geometry can help students construct new knowledge, establish the relationship between new knowledge and old knowledge, build knowledge and understanding of knowledge, allow students to perceive analogous thinking methods, and improve students' thinking ability. Taking the teaching of “vertical path theorem” as an example, this paper expounds that the teaching design to promote the thinking level should pay attention to the relationship between mathematical knowledge, from knowledge and skill to mathematical ability and the effective promotion of mathematical thinking.

Keywords

thinking level; analogy; junior high school mathematics; teaching design

应用类比思想提高思维能力的教学设计——以“垂径定理”为例

游佳婧

杭州市开元中学, 中国·浙江 杭州 310016

摘要

几何新授课能帮助学生构建新的知识, 建立新知识与旧知识之间的关联, 构建对知识的认识和理解, 让学生感悟类比的思想方法, 提升学生的思维能力。本文以“垂径定理”新授课的教学为例, 阐述提升思维层级的教学设计应当注重数学知识之间的联系, 注重从知识技能到数学能力和数学思考的有效提升。

关键词

思维层级; 类比; 初中数学; 教学设计

1 引言

数学知识之间往往相互联系, 已学知识为后续知识的学习提供了知识和方法上的准备, 教师要善于利用已学知识, 建立新知识和旧知识之间的联系, 让学生触类旁通。笔者以浙教版《义务教育教科书数学》九年级“3.3 垂径定理”的教学设计为例, 谈谈对于应用类比思想, 提升思维层级的教学设计的一些思考。

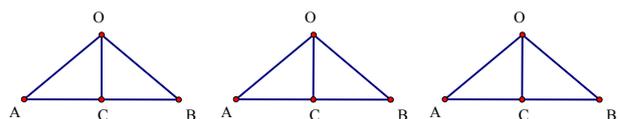
2 教学过程设计

2.1 类比知识, 建立联系

垂径定理的内容和等腰三角形一脉相承的联系, 要学习垂径定理, 可以从等腰三角形三线合一入手, 通过引导学生回忆等腰三角形三线合一的内容, 建立联系, 引出垂径定理。

在导入阶段, 教师在黑板上画三个等腰三角形, 要求学生回忆等腰三角形三线合一定理的内容。最后教师在黑板上等腰三角形图形下方补充板书几何语言。^[1]

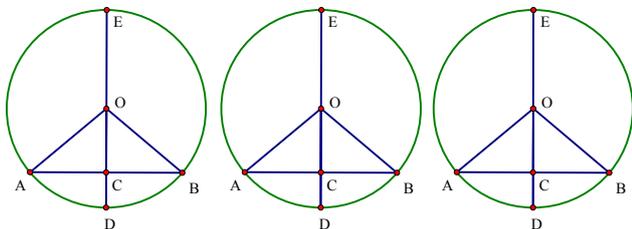
问题 1: 用几何语言表示等腰三角形三线合一的条件和结论。



- ① $\because OA=OB, OC \perp AB$
 $\therefore AC=BC, OC$ 平分 $\angle AOB$
- ② $\because OA=OB, AC=BC$
 $\therefore OC \perp AB, OC$ 平分 $\angle AOB$
- ③ $\because AC=BC, OC \perp AB$
 $\therefore OA=OB, OC$ 平分 $\angle AOB$

$\therefore OC \perp AB, AC=BC$

问题2: 你能把等腰三角形三线合一迁移到圆中, 得出相应的结论吗?



【设计意图】在黑板上清晰展示等腰三角形三线合一的图形和几何语言, 为定理的类比探索提供图形和内容的准备。

2.2 类比语言, 探究新知

圆的垂径定理的学习, 还需要让学生用清晰的文字语言描述垂径定理的内容, 用恰当的几何语言会进行几何书写, 这些也可以通过类比等腰三角形三线合一的几何语言和文字语言得出。

问题3: 请用几何语言分别表述新的条件和结论。

学生完成下面的几何语言, 教师板书:

① $\because OA=OB, OC \perp AB$

$\therefore AC=BC, OC$ 平分 $\angle AOB$

$\widehat{AD} = \widehat{BD}, \widehat{AE} = \widehat{BE}$

② $\because OA=OB, AC=BC$

$\therefore OC \perp AB, OC$ 平分 $\angle AOB$

$\widehat{AD} = \widehat{BD}, \widehat{AE} = \widehat{BE}$

③ $\because OA=OB, OC$ 平分 $\angle AOB$

$\therefore OC \perp AB, AC=BC$

$\widehat{AD} = \widehat{BD}, \widehat{AE} = \widehat{BE}$

问题4: 请用圆中的文字语言表述条件和结论^[2]

教师启发学生把等腰三角形这个前置条件转化为半径相等过圆心, 也就是直径。圆中一些专有名词, 如弦、弧等, 也要相应改变。写完命题后, 还要检查命题的正确性, 要严谨, 排除反例的情况。最后师生一同得出定理。

(1) 垂径定理: 垂直于弦的直径平分这条弦, 并且平分弦所对的弧。

(2) 定理1: 平分弦(不是直径)的直径垂直于弦, 并且平分弦所对的弧。

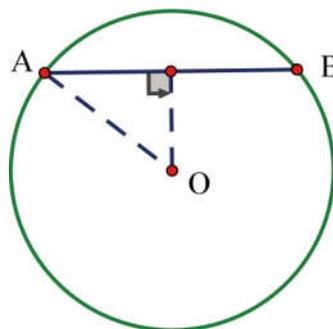
(3) 定理2: 平分弧的直径垂直平分弧所对的弦。

【设计意图】放在圆中, 学生很容易类比等腰三角形三线合一得到相应的条件和结论, 教师可引导学生将角平分线转化成与弧相关的结论, 将等腰转化成直径(过圆心)。让学生用自己的语言组织垂径定理的内容, 使语言凝练些就得到定理。这个环节, 让学生自己探究定理, 自己概括定理, 进一步提升了学生的思维能力。至于平分弦(不是直径)这里可以举一个反例, 让学生充分理解。

2.3 类比方法, 应用新知

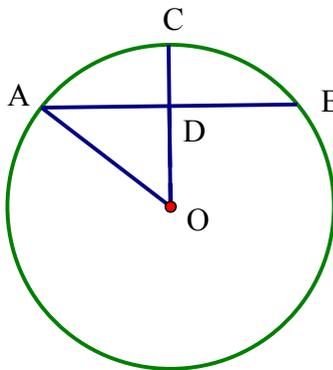
垂径定理除了一些简单的证明之外还涉及一些计算, 由于存在直角三角形, 就会涉及到勾股定理的应用。解题时用到数形结合的数学思想和方程思想都是学生已经接触过的。本环节利用一个例题两个变式巩固垂径定理的应用。^[3]

例1: 如图, 圆心到AB的距离为3cm。求圆O的半径。



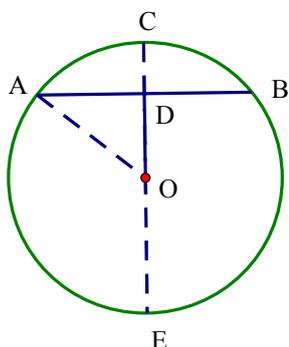
【设计意图】例题涉及的知识点是巩固垂径定理的应用及勾股定理, 作垂线是常用辅助线。学生先行思考尝试后, 由学生说解题思路, 教师板书解题规范, 强调注意点。

变式1: 如图, 在圆O中, 弦AB的长为8cm, D为AB的中点, 线段CD的长是2cm。求圆O的半径。



【设计意图】变式1涉及的知识点是巩固垂径定理的应用及勾股定理, 解题时需要利用方程思想列方程求解。本题作为巩固练习, 进一步巩固垂径定理的应用。

变式2: 请根据下图, 仿照例1和变式1, 编写一个新题并求解, 要求求解过程运用垂径定理。再组外点评题目。



【设计意图】变式2通过自主探索、小组合作交流, 编写出利用垂径定理及推论的题目。再请同伴点评题目。通过本课的学习, 学生进一步掌握垂径定理的应用, 熟悉方程思想在解题中的作用。同时, 也能帮助学生发散思维, 培养创造力。从而实现思维能力的提升。

2.4 拓展提升, 课堂小结

为了更好地提升学生的思维能力, 本环节设计了一个结合垂径定理以及分类讨论的问题。

练习: 已知圆O的半径是5cm, 弦 $AB \parallel CD$, $AB=6\text{cm}$, $CD=8\text{cm}$, 求AB与CD之间的距离。

【设计意图】本题文字题, 涉及让学生自己画图, 有两种情况。教学时采用由学生独立思考后, 全班交流。本题涉及到垂径定理的知识, 数形结合和分类讨论的数学思想。^[4]

小结时, 要梳理新旧知识之间的关联, 归纳知识的形成、发展和应用过程中所蕴含的数学思想方法和问题解决策略等。

教师可以设置以下提问:

(1) 今天我们学习了什么知识?

(2) 我们是怎么学习的? 今天的学习方法给你什么启示?

(3) 你对编题有什么感想?

【设计意图】通过本节课的学习, 引导学生发现数学知识之间的关联。通过编题, 打开学生的思路, 提升思维能力。

3 教学反思

数学知识之间是相互联系的, 已学知识给新知识不仅提供了认知基础, 其学习方法也为后续知识提供了方法上的引导, 教师应充分挖掘知识间的联系, 心中要有整个数学知识的蓝图和框架, 在学习新课以及复习课时有意将这幅蓝图慢慢呈现给学生, 这样不仅能帮助学生更好地掌握新知识, 也能对后续内容的学习有一定的指导作用。学生掌握了方法后, 自己就能触类旁通了。

参考文献

- [1] 章建跃. 数学课堂教学设计研究 [J]. 数学通报, 2006, 45(7): 20-26.
- [2] 章建跃. "中学数学核心概念、思想方法结构体系及其教学设计的理论与实践" 第七次课题研讨会成果综述: 追求数学课堂的本来面目 [J]. 中国数学教育 (高中版), 2009(4): 2-5.
- [3] 张娟萍. 高阶思维 初中数学教学变革的新视角 [M]. 杭州: 浙江大学出版社, 2017: 82-103.
- [4] 易良斌. 数学课堂教学设计研究 [J]. 初中数学教与学, 2019 (1): 19-21.