

# Discussion on Class Teaching Methods of Periodic Structure Electromagnetic Characteristics

Dian Zhang Zehai Zhang Jun Zhang Huihuang Zhong

Institute of High Power Microwave Technology, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan, 410072, China

## Abstract

In this paper, the possible understanding deviations and knowledge blind spots in the classroom teaching of electromagnetic characteristics of periodic structures are discussed in detail. Through the hypothetical test of electrons to feel the boundary of the infinitely long period system, it is easier for students to understand the physical nature of Floquet theorem. This paper points out several physical problems that should be discussed in classroom teaching: the reason why the dispersion curve shows periodic characteristics, the fast and slow wave characteristics of fundamental and high-order spatial harmonics, and the relationship between fast and slow waves and "surface waves" and "body waves".

## Keywords

periodic electromagnetic structure; teaching method; classroom lecture

## 周期结构电磁特性的课堂讲授方法探讨

张点 张泽海 张军 钟辉煌

国防科技大学前沿交叉学科学院高功率微波技术研究所, 中国·湖南长沙 410072

## 摘要

本文详细讨论了周期结构电磁特性的课堂讲授过程中可能存在的理解偏差与知识盲点。通过假想测试电子感受无限长周期系统边界, 让学生更容易理解 Floquet 定理的物理本质。指出了课堂教学中应该重点讨论的几个物理问题: 色散曲线呈现周期特性的原因; 基波与高次空间谐波的快、慢波特性; 快、慢波与“表面波”和“体波”的关系等。

## 关键词

周期电磁结构; 教学方法; 课堂讲授

## 1 引言

本文讨论的周期结构, 主要是周期长度大于或与导波波长相比拟的电磁信号传输结构, 包括周期慢波结构、光子晶体、周期光栅结构等, 可用于微波源、加速器和光纤等技术中。这类结构的电磁特性的讲授, 在光学工程、电子科学与技术、物理学等一级学科的本科生、研究生课程中都有涉及。在教材方面, 刘盛纲院士主编的《微波电子学导论》<sup>[1]</sup>, 王文详教授主编的《微波工程技术》<sup>[2]</sup>, 张克潜教授主编的《微波与光电子学中的电磁场理论》<sup>[3]</sup> 等经典教材对周期结构的电磁特性进行了细致介绍。除了大量的经典文献外, 直到最近些年, 仍然有高水平论文对这些周期结构的电磁进行研究和讨论<sup>[3]</sup>。

事实上, 深入理解周期结构的电磁特性, 在技术层面上, 有利于学生更深入地理解慢波式微波源、行波式加速器的工

作机理并进行设计, 有利于学生进行光栅设计。在物理层面上, 学生能更理解到电磁波在周期结构表面附近“缓慢前行”从而引起“表面波”的特性, 理解“空间谐波”的概念, 并能够认识到快、慢波与“体波”、“表面波”之间的对应关系。

笔者讲授了多年的《微波电子学基础》硕士研究生专业课程。该课程深入讲授各种常见的微波电真空器件的工作原理, 其理论深度和难度较大, 适合于已经充分掌握电磁学、电动力学的学生<sup>[4]</sup>。在该门课程中, 周期系统作为一种慢波结构, 主要用于返波管、行波管的微波产生、放大中, 是其核心部件, 在部分速调管的输出腔体的行波提取结构中也会用到, 需要学生深入掌握。

根据笔者的授课经验, 周期结构电磁特性的教学中, 有三个重要的环节需要把握: 第一, Floquet 定理的理解。大部分教材未经足够的铺垫, 或者铺垫的不够生动, 就直接开始

Floquet 定理的介绍。这样的讲授会让学生觉得突兀、难以理解数学公式和物理之间的对应关系，还会有部分基础较好的学生质疑 Floquet 定理本身的合理性，并希望给出 Floquet 定理的证明。第二，周期结构的色散曲线特性讲授。现有教材着重对比不同空间谐波的相速度、群速度的异同，解释前向波或者返波的概念，或者强调各阶空间谐波不能单独存在。但这样的教学忽视了一个更基本的问题：对周期系统色散曲线呈现周期特征的原因的直接解释。第三，介绍周期系统中的“表面波”与“体波”。大部分教材都没有展开该内容，但其对电磁场理论的深入理解有重要作用，并能指导微波技术专业学生开展相关器件设计。

在下文中，笔者将依次介绍以上三个环节的课堂讲授方法。

## 2 Floquet 定理的理解

在张克潜教授主编的《微波与光电子学中的电磁理论》一书中，在 Floquet 定理的数学推导前有一段“不显眼”文字，其构成了 Floquet 定理的物理基础。授课时一定要将其描绘的更加通俗易懂，并且尽量生动一些，让学生深刻领会到 Floquet 定理的本质：假设你是一个测试电子，在一个无限长传输系统中沿着轴向遨游，如图 1 所示，感受其中传输的电磁场。当该传输系统为均匀系统时，你无法分辨处在轴向的具体哪个位置，因为不同轴向位置你感受到的边界形状和尺寸都是完全一样的。在这种均匀系统中的传输的电磁场，其沿着轴向自然也就只有相位的变化，不会有场分布的变化，所以其场分布可写为：

$$E(T, z) = F(T)e^{-j\beta z} \quad (1)$$

在式 (1) 中，场分布函数  $F(T)$  只与横向坐标  $T$  有关，与轴向坐标  $z$  无关。说明均匀传输系统中，沿着传输的轴向  $z$  场分布只有相位的简谐变化。



图 1 无限长均匀传输结构及其内部测试电子示意图

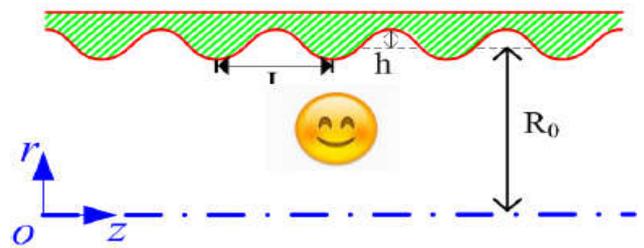


图 2 无限长周期传输结构及其内部测试电子示意图

假设这个测试电子在一个周期传输系统中沿轴向运动，如图 2 所示，则能够在一个周期的范围内感受到边界的变化，即一个周期范围内的不同位置场分布特征是不同的。但是相邻整数个周期的时候，无法分辨处于哪个周期，即相邻整数个周期的位置的场分布只会有相位的变化。因此，周期系统内的场分布满足以下关系：

$$E(T, z) = F(T, z)e^{j\beta z} \quad (2)$$

$$E(T, z + mp) = E(T, z)e^{j\beta mp} = F(T, z)e^{j\beta(z+mp)} \quad (3)$$

$$F(T, z) = F(T, z + mp) \quad (4)$$

式 (2) 表示，周期系统中，不同轴向位置的边界形状不再一定相同，所以场分布函数  $F(T, z)$  与轴向坐标  $z$  有关，同时  $e^{j\beta z}$  表明场沿着  $z$  方向依然会有相位的简谐变化。式 (3) 表示：相邻整数  $m$  个周期长度  $p$ ，场分布只有相位  $e^{j\beta mp}$  的变化。

式 (4) 表示：场分布函数  $F(T, z)$  必然是  $z$  的周期函数，周期长度为  $p$ ，这是因为在这样的周期系统里，任意相隔整数  $m$  个周期的位置的场分布函数必然都相等。

既然场分布函数  $F(T, z)$  是  $z$  的周期函数，周期为  $p$ ，就可以将其进行傅里叶级数展开：

$$F(T, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_n(T)e^{j2n\pi z/p} \quad (5)$$

再将 (5) 代入 (2)，得到：

$$E(T, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_n(T)e^{j(\beta+2n\pi/p)z} \quad (6)$$

式(6)中,  $n$  为负无穷到正无穷的整数,  $n$  取  $-1, 0, 1$  时分别代表  $-1$  次、 $0$  次、 $1$  次空间谐波。所谓空间谐波是指每一支谐波场的空间传播系数  $\beta_n = \beta + 2n\pi / p$  不同,  $\beta_n$  相当于空间频率, 所以  $n$  不同代表不同空间谐波。式(6)表明, 周期结构中的行波场可分解为空间频率不同的无穷个空间谐波场的叠加。

回顾 Floquet 定理的课堂教学, 其核心就在解释式(2)和式(4)。通过假想测试电子的方式, 这两个式子可以凭着对周期结构场特征的直观认识就写出来, 不需要严格证明, 其体现了 Floquet 定理的本质。而最终的式(6), 是对场分布函数的傅里叶级数展开, 属于数学处理, 展开后的各阶空间谐波, 自然也就在物理上并不能单独存在。

### 3 周期结构色散曲线特性的讲授

在介绍了 Floquet 定理和空间谐波的概念之后, 几乎所有的教材都直接给出了典型金属周期结构的色散曲线图, 如图3所示, 图中对各阶空间谐波进行了标注: 同一个电磁传输模式, 不同的空间谐波的相速度不同, 群速度相同; 越高阶的空间谐波的相速度越慢。

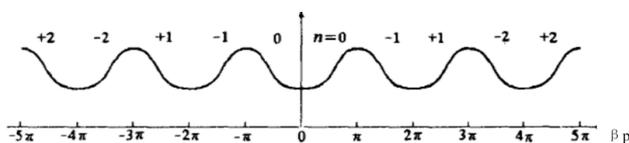


图3 典型周期结构的色散曲线

笔者建议, 这部分课堂教学最好先清晰解释周期结构的色散曲线呈现图3所示周期特性的根本原因, 不要重点讨论不同空间谐波的相速度、群速度讨论, 因为大部分学生无法从式(6)中直接领会图3中的色散特征。事实上, 图3中的周期性的根源是: 同一个频率的电磁模式在周期结构中传播时, 其轴向波数相差为  $\Delta\beta = 2n\pi / p$ , 其实为构成同一个总的电磁模式的不同空间谐波, 所以其频率必然相等, 如图4所示:

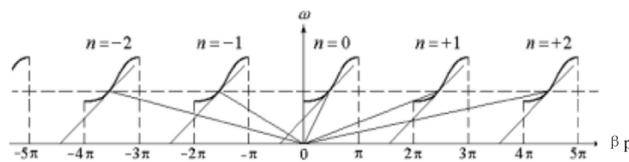


图4 前向传播的电磁模式的不同阶空间谐波色散曲线

对于图4, 教学中应该抛出一个问题: 为什么相邻空间

谐波的轴向波数变化范围是  $\pi$ ? 而不是  $0.3\pi$  或者其他值? 让学生充分思考之后, 再作如下解释: 首先, 各个轴向波数相差  $\Delta\beta = 2n\pi / p$  的是同一个模式的组成部分, 其频率必然相同, 故每支空间谐波的范围不可能达到  $2\pi$ , 那样周期特性就无法满足了。其次, 还有一个很重要的对称性问题: 前向传输和反向传输的电磁模式, 必然具有相同的色散特性, 其色散曲线应该关于轴向波数为  $0$  点对称, 如图5所示:

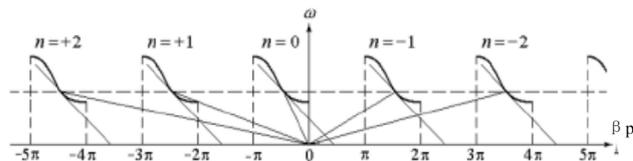


图5 反向传播的电磁模式的不同阶空间谐波色散曲线

综合图5, 假如相邻空间谐波的轴向波数范围为不是  $\pi$ , 则无法同时满足对称性和以  $\Delta\beta = 2n\pi / p$  为周期的周期性。例如, 如果正向基波的范围是  $0$  到  $1.5\pi$ , 则其对应的负1次空间谐波的范围就是  $-2\pi$  到  $-0.5\pi$ , 而这就违反了对称性。所以, 周期结构的色散必然具有图3所示的周期性特征, 这是由周期特性和对称特性共同决定的。或者, 从另一个角度来看, 由于周期结构的电磁场分布在空间上是周期变化的, 其映射到空间频率即传播常数上, 也必然是周期式的。

以上讲授, 深入、清晰地解释了周期结构色散特性呈现图3所示的周期性的原因。

### 4 周期结构中的“表面波”与“体波”特性讲授

对于《微波电子学》这门课程, 周期结构设计的初衷是实现“慢波”, “慢波”是指相速度小于真空中的光速的电磁波。“慢波”本身就是“表面波”: “慢波”的场分布集中在慢波结构表面, 在圆柱坐标系中成正比于虚宗量的贝塞尔函数, 体现出“表面波”的特征。与“慢波”相对应的“快波”是指相速度大于光速的电磁波, 其场分布呈现“体波”的特征, 即场强最大的位置集中在轴线上。如上文所述, 周期结构中的波可以分解为无穷支空间谐波, 其中的高次空间谐波成分一定是“慢波”, 而且是“表面波”, 因为其轴向空间传播系数  $\beta_n = \beta + 2n\pi / p$  较大。

需要特别给学生强调的是, 慢波结构内的总场分布不一定是“表面波”。因为基波(即  $\beta_0 = \beta$  的这支空间谐波)在

总的场分布中占的比重最大,而基波有时候是“快波”即“体波”,这个时候周期慢波结构里的总场分布就是“体波”基波和“表面波”高次空间谐波的叠加,叠加的结果依然是“体波”。当基波也是“表面波”的时候,则总场分布为“表面波”。

对于圆柱形状的周期慢波结构,一个有意思的现象是:每个角向系数下,只有最低阶模式能够成为“表面波”,其余模式的总场分布为“体波”。这个现象尚没有严格的理论证明,可以作为启发学生兴趣和思考的话题进行讨论。

## 5 结论

本文深入探讨了周期结构电磁特性的课堂讲授方法:首先,从物理直观认识出发,形象地介绍了 Floquet 定理的引入,解释了周期结构内的场必然是周期变化的;然后,又根据周

期性和互易性,介绍了周期结构的色散呈现周期特性的原理;最后,探讨了周期系统内的“表面波”与“慢波”的关系。课堂讲授过程中,既有形象的比喻,细致的讲解,又不需要复杂的数学。课堂的最后,还介绍了一个较为有意思的周期结构电磁现象启发学生思考。

## 参考文献

- [1] 刘盛纲. 微波电子学导论 [M]. 北京:国防工业出版社,1985.
- [2] 王文详. 微波工程技术(第2版)[M]. 北京:国防工业出版社,2014.
- [3] 张克潜,李德杰. 微波与光电子学中的电磁场理论(第2版)[M]. 北京:电子工业出版社,2001.
- [4] Zhang D, Zhang J, Zhong H H, and Jin Z X. Power capacity of mixed modes in overmoded slow wave structures [J]. Applied Physics Letters, 2014, 105(3): 043510.