

Reconstructing Unit Whole Learning Based on Graph Motion Perspective——New Reflection on the Teaching of “Circle” Unit

Lianlian He

Wenzhou Zhongtong International School, Wenzhou, Fujian, 325000, China

Abstract

Based on the analysis of teaching materials and learning situation, this paper attempts to reconstruct the content of “Circle” Unit from the perspective of graphic movement. From point to line, students can experience the dynamic formation process of “Circle” concept and develop students’ spatial concept.

Keywords

unit reorganization; graph movement; spatial concept

基于图形运动视角，重构单元整体学习——“圆”单元教学新思考

何恋恋

温州市中通国际学校，中国·福建温州 325000

摘要

论文基于教材和学情的分析，尝试从图形运动的视角对“圆”单元的内容进行重构。由点动成线，让学生经历“圆”概念的动态形成过程，发展学生空间观念。

关键词

单元重组；图形运动；空间观念

1 教材版本分析

人教版六年级上册编排了“圆”教学单元。有关圆这块内容，教材先后编排了三个内容，如表1所示。

表1 “圆”教学单元内容

册与单元	单元主题	内容目标
一下第一单元	认识图形(二)	初步认识圆，会辨认圆。
六上第五单元	圆	认识圆，掌握圆的基本特征，理解和掌握圆的周长和面积的计算方法。
六下第三单元	圆柱和圆锥	认识圆柱和圆锥的特征、理解和掌握圆柱和圆锥的表面积和体积的计算方法（圆是圆柱和圆锥的底面）。

【作者简介】何恋恋（1987-），女，中国福建福鼎人，本科学历，中学二级教师，从事小学数学教学研究。

可见，本单元是学生第二次学习圆，教材先认识圆，掌握圆的周长和面积的计算方法，为以后进一步认识圆柱和圆锥、计算圆柱和圆锥的表面积和体积做铺垫。教材具体结构如图1所示。

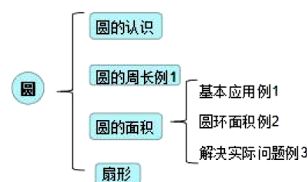


图1 教材具体结构

1.1 各版本教材分析

论文针对各版本的教材进行分析如表2所示。

1.2 各版本教材习题分析

论文针对各版本教材习题分析进行分析，得出以下结论，如表3所示。

表 2 各版本教材分析

各版本教材						
相同点	1. 都利用圆规画圆引出圆的各部分名称。 2. 重视动手操作，如折、画、量等活动发现半径、直径的特点。					
不同	唯有北京版教材有一个想象的环节，让学生闭上眼睛想象“点连成圆”的过程。					

表 3 各版本教材习题分析

知识点		北京版	北师大版	西师大版	青岛版	苏教版	人教版
圆的周长	计算（纯文字）	4	5	7	5	5	6
	计算（带图）	3	5	1	6	7	4
	旋转	0	1	2	1	0	1
圆的面积	计算（纯文字）	4	5	4	6	8	10
	计算（带图）	6	5	5	4	5	5
	旋转	3	3	0	1	1	1

表 4 测试内容和结果分析

后测题	典型情况	占比	分析
什么是圆？（用自己的话写出来）	圆就是一个没有棱角的封闭图形。	31%	大部分学生只是介绍圆是一个封闭图形以及圆的特征（圆心、半径、直径）；少部分的学生会根据操作过程描述圆；剩余几位学生写不出来。总之，学生对圆的印象依然很朦胧，主要停留在静态的认识。
	圆是由圆心、直径、半径组成的图形。	40%	
	围绕一个点以相等长度绕一圈，成为一个封闭图形	17%	
	在一个正方形中，以正方形中心为圆心，等距的无限个封闭图形	2.8%	
	写不出来	8.6%	

从练习题的组成，我们也能看出，各个版本教材计算类的题目比较多，空间想象（旋转）的题目很少，教材对学生空间想象能力的发展方面比较欠缺，缺乏对“圆”动态本质的理解。

2 学生情况分析





按照教材原始的序，学完后笔者对六年级学生进行了

后测。

（1）测试对象。来自中国温州市一所普通学校六年级 1 个班的 35 名学生。测试内容和结果分析如表 4 所示。

（2）轨迹对于学生来讲是一个陌生概念，学生能理解吗？圆中最特殊的一个点就是圆心，圆心在运动过程中的轨迹是怎么样的呢？笔者分别对五年级和六年级两个班进行了小范围的调研，如图 3、表 5 所示。


表 5 五年级和六年级两个班的调研结果

测试题	结果	六年级	五年级	具体情况分析
第一题	直线	94%	92%	学生知道是直线，并且准确画出来，说明学生对“轨迹”这个词的理解没有困难。而且能看懂整个动态情境的文字含义。
第二题		17%	0	五年级的一个班有 92% 的学生能画出来（没有使用圆规），而六年级能用圆规画准确的有 72%。
		72%	92%	
第三题		43%	83%	只有六年级的 11 位学生画正确，其他都画成一个大的长方形，即认为沿什么运动，轨迹就是什么形状的。
		32%	0	


综上所述，五年级的学生已经能理解点的运动轨迹的文字含义，而且能通过想象实现点的动态变化。困难在于 4 个顶点的轨迹为什么是曲线，在动态的过程中学生很难联想到圆的本质特征“一中同长”。缺乏圆的动态形成过程的经验积累。

(用圆规和尺子画图)

第一题 如果用笔尖插在圆形纸片的圆心 O，然后将圆沿一条直线滚动，笔尖画出的轨迹是什么样的图形?请在图中画出来。



第二题 如果用笔尖插在圆形纸片的圆心 O，然后将圆绕着另一个同样大小的圆滚动一圈，笔尖画出的轨迹是什么样的图形?请在图中画出来。



第三题 如果用笔尖插在圆形纸片的圆心 O，然后将圆绕着长方形滚动一圈，笔尖画出的轨迹是什么样的图形?请在图中画出来。

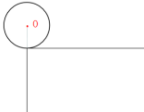


图 3 五年级和六年级两个班的调研结果

3 单元整合与拓展的教学建议

基于以上教材和学生的情况分析，笔者思考了以下几个问题。

3.1 可否从运动轨迹的角度认识圆?

在“圆的认识”一课，中国几个版本的教材都采用画圆、动手操作等方式认识圆的基本特征，淡化圆的动态形成过程。甚至在习题也很少涉及到空间想象的内容。因此，我们尝试采用运动变化的角度认识圆，先创设动态的情境，通过由点到线展开想象，将“静止”的圆“动”起来，感受从一维到二维的变化，揭示圆的本质特征，发展学生的空间观念^[1]。

3.2 可否增加运动中的圆的周长和面积作为拓展?

教材重视各种操作活动，侧重于圆的周长和面积的公式推导和计算。从习题也能看出涉及空间想象的寥寥无几。周长属于一维空间，它的形成方式可以理解为点的运动，而面积属于二维空间，它的形成方式可以理解为线动成面。基于此，笔者将部分内容进行重组，调整为：圆的周长新授 1 + 圆的面积新授 1 + 拓展 3，在动态的对比中进一步认识周长和面积的意义，帮助学生理解运动中的圆的周长和面积实质就是点动成线，线动成面，提高学生的空间想象能力，如图 4 所示。

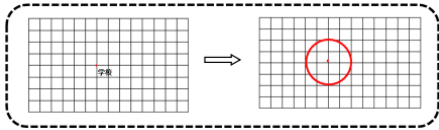
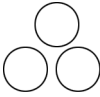


课时安排	整合后的单元编排		
	主题	课型	目标
1	圆的认识	整合课	通过想象并运用图形的运动描述圆的形成过程，发展空间观念。
2	百变万花尺	活动课	熟练掌握圆规作圆的技能，会使用万花尺画圆，感受图形运动的美。
3	圆的周长	整合课	理解圆的周长的概念，掌握周长的计算方法。
4	谁走的路程长?	拓展课	进一步理解圆的周长的概念，提高分析和解决问题的能力。
5	圆的面积	整合课	理解圆的面积的概念，掌握面积的计算方法。
6	求剩下的面积	拓展课	掌握圆环、外方内圆、外圆内方等组合图形的面积计算。
7	怎么围面积最大?	活动课	探究周长一定时，哪个图形的面积最大，提高解决实际问题的能力。
8	运动中的圆的周长和面积	拓展课	掌握圆沿圆和长方形的边缘无滑动地滚动一周，圆心所经过的路程和圆所扫过的面积的计算方法，提高空间想象能力。

图 4 整合后的单元编排

4 教学目标定位

(1) 通过观察、操作、辨析、想象等活动发现和掌握圆的特征，认识圆心、半径和直径，会用圆规画图，能运用所学知识解决实际问题

表 5 环节目标与材料

活动与目标	活动材料
环节一：点连成线，建构动态图形表征 通过情境，引导学生想象点连成线，唤醒圆的图形表征。	
环节二：三次画圆，聚焦概念的形成过程 实物描圆——圆规画圆——想象着画圆，三次画圆环环相扣，层层递进，适时补充“圆”的逻辑定义，揭示圆的概念的动态形成过程。	画圆工具（实物、圆规等）、白纸 实物描：  圆规画： 
环节三：动静结合，深化概念的本质内涵 ①近似圆的椭圆纸片。②甩动的小球，其运动的轨迹。问：是圆吗？为什么？	近似圆的椭圆纸片、能甩动的球
环节四：想象轨迹，感悟图形的运动本质 从沿直线滚——沿圆滚——沿长方形滚，由易到难，让不同水平的学生都能正确地想象轨迹，分析图形，提升空间想象能力。	练习 1、如果用笔尖插在圆形纸板的圆心O，然后将圆绕着圆心和长方形滚动一圈，笔尖画出的轨迹是什么样的图形？请在图中画出来。 

（2）由点到线地展开想象，感受从一维到二维的变化过程，发展空间观念。

（3）初步体会圆在生活中的应用，感悟数学的价值和魅力。

5 教学重点

理解并掌握圆的基本特征，发展空间观念。

6 教学难点

深刻认识圆的特征。

7 环节目标与材料

针对环节目标与材料，笔者开展了以下活动与目标，如表 5 所示。

8 教学过程展开举例

8.1 【环节一】点连成线，建构动态的图形表征

（1）找点连线，唤起图形表象

- ①思考：何教师家距离学校 2km，你觉得可能在哪里？
- ②想象：如果把这些位置用点画出来，会形成什么样的

图形？（如图 5 所示，每一格边长 1km）。

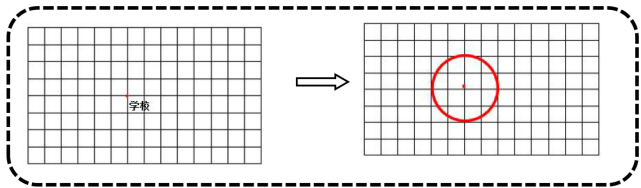


图 5 点连成线

- ③找点：找出何教师家所在的点。
 - ④课件演示：出示不同方向的点，最后连成圆。
- 小结：把这些点连成线，是一个圆。

（2）出示课题：今天我们就来认识圆（板书）

【设计意图：点是构成几何图形的最基本元素。引导学生想象点连成线，帮助学生经历圆的形成过程，唤起圆的图形表象。】

8.2 【环节二】三次画圆，聚焦概念的形成过程

- （1）用不同的工具画圆，画 3 个圆。
- （2）整体反馈，分层推进。

1）快速判断，对比实物画圆和圆规画圆的特点。

- ①判断：你能一眼就认出哪些是圆规画的？哪一份是实

物描的?

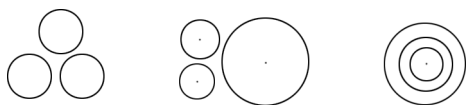


图6 三种“圆”的画法

预设:实物画圆只能画一样大的三个圆,圆规可以画大小不一样的。

②追问:要画出大小不一样的圆,有什么窍门?

预设:改变圆规两脚之间的距离。

③点拨:圆规两脚之间的距离就是圆的半径,用字母 r 表示。针尖所在的位置就是圆心,用字母 O 表示。

2) 任选一个圆,标出半径 OA 和圆心 O 。

(3) 介绍圆规画圆的方法,补充圆的几何定义。

1) 师演示圆规画圆的方法。

2) 补充圆的定义。

师:像这样,我们还可以说让线段 OA 绕着它的一个端点 O 旋转一周,我们把另一个端点 A 所画出的曲线叫作圆。

(4) 找圆心,引出半径和直径的特征。

①思考:用实物画出来的圆,你能找到它们的圆心吗?

预设:把圆剪下来,对折两次就能找到圆心。

②追问:折痕是什么?

预设1:2条半径。

预设2:不对,应该是直径。

预设3:教师,是2条半径也是一条直径。

③小结:通过圆心并且两端都在圆上的线段叫做直径,用字母 d 表示。

④追问:一个圆的半径和直径有几条?

生:无数条,每一条折痕就有2条半径,有无数条折痕就有无数条半径。

小结:同学们真了不起!不仅成功找到了圆心,还发现了直径和半径的秘密,那就是: $d=2r$ 。

(5) 想象着画圆,培养学生的空间观念。

1) 独立思考:同学们在教室里像平时上课这样坐着,如果要画一个圆,把同学们都围在这个圆里,估计这个圆的半径要多大?

2) 全班交流。

预设1:我会先量出坐得最远的两个同学的距离,也就是这个圆的直径。

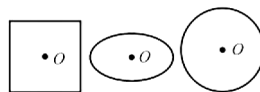
小结:同学们发挥自己想象力,找到了这个圆,了不起!

【设计意图:实物描圆——圆规画圆——想象着画圆,三次画圆环环相扣,层层递进,适时补充“圆”的逻辑定义,深化概念的动态形成过程。通过剪、折等一系列操作,找圆心的同时发现直径与半径的特征。最后想象着画圆,在头脑里再现圆的动态形成过程,发展空间观念。】

8.3 【环节三】动静结合,深化概念的本质内涵

(1) 快速判断,说明理由。

1) 出示近似圆的椭圆纸片。



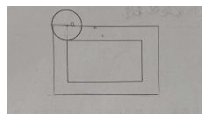
①判断:是圆吗?为什么?

预设:学生大都会认为是一个圆。

②进一步追问:你能用自己的方法验证吗?

③学生折一折、量一量发现不是圆。

2) 出示甩动的小球,其运动的轨迹。



①判断:是圆吗?为什么?

预设:学生大都认为是一个圆。

②追问:为什么不用测量就能确定是一个圆?

小结:你们的发现和两千年前中国古代伟大的思想家墨子的发现一样,只是他仅用了四个字就精准地表述了圆的特征。(出示“一中同长”)。

【设计意图:通过动静结合的方式“辨”圆,“为什么不用测量就能确定是一个圆”,进一步深化对圆本质概念的理解。】

8.4 【环节四】想象轨迹,感悟图形的运动本质

师:我们的生活中经常用到圆,你能举出生活中的圆吗?

(1) 解释生活现象:车轮为什么做成圆的?如图8所示。

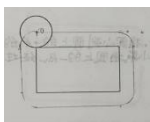
预设:圆的半径相等,圆心到地面的距离一样,在路面上行走比较平稳。

(2) 借助想象,描出点在不同轨道上运动的痕迹

1) 有下面3种形状的硬纸板,如果将这几块硬纸板分别沿一条直线滚一滚,想象一下,滚动过程中 O 点留下的痕迹是什么样?描出滚动过程中 O 点留下的痕迹。

2) 如果圆纸片沿着圆形和长方形轨道滚动一圈, O 点

留下的痕迹又会是什么样的图形?请在图中画出来。



- ①生独立完成
- ②出示学生作品
- ③思辨中深入理解“一中同长”
- ④用实物验证

【设计意图:将静态的问题动态化,从沿直线滚——沿圆滚——沿长方形滚,由易到难,让不同水平的学生都能正确地想象轨迹,分析图形,提升空间想象能力。】

9 板书设计

笔者的板书设计如图7所示。

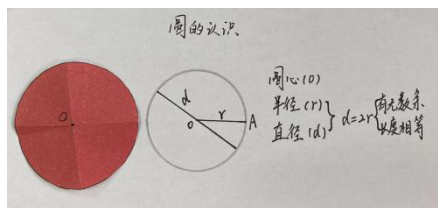


图7 板书设计

10 设计思考

10.1 静态观察→动态想象:让“点”“线”关系真实可感

在几何学中,圆一般是指平面上到定点的距离等于定长的所有点的轨迹。为了直观、形象地揭示圆的概念,教学中,先回到构成图形的最基本元素——点,通过逐个找点连结成线;变静态为动态想象,清晰地认识“圆是一条一维曲线”,生动地诠释了圆的动态概念。让学生经历知识的发生和形成过程,追本溯源,帮助学生建立点、线、体的空间观念,为

后续认识圆柱、圆锥做铺垫^[2]。

10.2 朦胧描述→清晰定义:让抽象概念真实可见

研究几个版本的教材能发现,教材有意回避圆的定义,仅用形象的描述或举例说明。导致单元结束后,很多学生对圆的印象还停留在“只可意会不可言传”,所以当掌握了圆规画圆的原理之后,笔者适时补充圆的几何定义,即张奠宙先生提出的“让线段 OA 绕着它的一个端点 O 旋转一周,我们把另一个端点 A 所画出的曲线叫作圆”。只出现学生熟悉的“线段”“旋转”“一周”等词,完全符合六年级学生的年龄特点和已知经验,对圆的形成过程进行动态描述补充定义,让原本含糊不清的概念“落地生根”“真实可见”^[3]。

10.3 单一操作→“操作+想象”:让空间观念真实可及

在实物描圆、圆规画圆的基础上,再一次想象画圆“如果把同学们都围在这个圆里,估计这个圆的半径要多大?”,学生需要在头脑里不断重构圆的动态形成过程,建立直径和半径的联系,数形结合的同时发展空间观念。最后习题部分,通过想象点的轨迹——画出轨迹——再用实物操作验证轨迹,完整地呈现想象——猜想——验证的过程。

参考文献

- [1] 张奠宙.更多的关注数学本质与细节处理——以圆的定义为例[J].小学教学(数学版),2014(04):22-23.
- [2] 刘克臣.站在运动的视角看图形,感受数学的神奇与美丽——以“运动的圆”为例[J].小学教学(数学版),2016(11):134-135.
- [3] 朱乐平.圆的认识教学研究[M].北京:教育科学出版社,2014.