

Comparison of the Differences between the Probability and Statistics of Mathematics Subjects in the Teaching Mode of Chinese and English High Schools—Taking the Chinese College Entrance Examination, A-Level as an Example

Zhuqi Yu

Zhuhai College of Science and Technology, Zhuhai, Guangdong, 519041, China

Abstract

Statistics is an important part of high school mathematics, no matter in any system, statistics account for a certain proportion of college entrance examinations. The quality of the probability and statistics part of high school learning can reflect to a certain extent the level of college probability theory and mathematical statistics. The paper conducts an in-depth study of the mathematics part and the probability and statistics part of the Chinese National College Entrance Examination (including arts and sciences), the A-Level CIE Examination Bureau AS and A2 mathematics and advanced mathematics statistics part of the test, and horizontally examines the relevant questions of the Chinese-English University Entrance Exam and the statistics part.

Keywords

Chinese-English high school; probability and statistics; A-Level CIE

中英高中教学模式下数学科目概率与统计部分差异化对比——以中国高考，A-Level 为例

喻柱期

珠海科技学院，中国·广东 珠海 519041

摘要

统计学作为高中数学的一个重要组成部分，无论在任何体系中，统计在大学入学考试中有一定占比。高中学习概率与统计部分的好坏可以一定程度上体现大学概率论、数理统计学学习的水平，论文深入研究中国高考全国卷（含文理）数学部分与概率与统计部分、A-Level CIE考试局AS与A2数学与进阶数学科统计部分试题，对中英大学入学考试与统计部分相关题目做横向比较，并给出结论。

关键词

中英高中；概率与统计；A-Level CIE

1 A-Level 与高考背景介绍

1.1 A-Level 考试 CIE 考试局数学科目基本情况介绍并于高考做横向对比

A-Level 是 (General Certificate of Education Advanced Level)，是提供给英国 11~13 年级的学生的一个全面的课程体系，其提供的考试相当于英国高考，考生可以通过向大学提交 A-Level 成绩入学。不同于中国高考的选拔人才制度，A-Level 考试更像是一个大学课程的先修课。以数学为例，

【作者简介】喻柱期（2002-），男，中国广东深圳人，本科，从事应用统计学、金融学等研究。

A-Level 课程尤为看重学生的微积分应用能力，甚至是 11 年级之前让学生开始接触，这在中国教学中是少有的。A-Level 要求学生掌握矩阵与行列式以及他们的运算，而在中国教学中，这一部分往往是在选讲部分，并且也只有中国江苏省在江苏卷时代与上海卷有将其纳入考试范围。

1.2 概率与统计部分研究价值简析

概率与统计部分是我们探究的部分。因为深入学习此部分后，要求学生有一定的高等数学基础，所以高中教学会尽量避开较难的部分，转向通俗易懂，易于学生理解的知识点。

A-Level 有 CIE、AQA、OCR 三大考试局，而 CIE 是其中教学体系与科目最为完善，且中国学生选择最多的考试局，

数学这类基础学科的发展历史悠久，具有很高的研究价值。

中国高考在文理分科改革前全国卷以及文理分科后的新课标卷是中国高考的典范，我们将这两类考试作为研究对象展开研究。

1.3 升读高校大众化的选择

中国学生升读高校与英国学生升读中国高校的考试选择见表1。

2 具体分析 A-Level 与高考数学科目概率与统计现有资料

2.1 A-Level: 概率与统计部分含进阶数学科目共计3张试卷，题量大，实际考查范围广

CIE 考试局的数学科目共计6张试卷，考生需要从其中选择4张作为数学科目最终的成绩。概率与统计部分试题作为数学科目的第5与6张试卷，考试局也明确规定了考生在

12 年级时要继续数学学科的学习必须从机械学与概率统计选择一科参考，要获得 A-Level 成绩必须参加第5卷的考试或者是两者都考，占比近33%，可见英国高考对学生的概率与统计部分的重视。考试局最新的考试大纲显示，卷5与卷6每张试卷共考五部分，两张试卷考试日不同。根据 CIE 最新的考试大纲显示，A-Level 数学概率与统计的考试大纲如下：

数学卷5（概率与统计卷1）：5.1为数据表示；5.2为排列和组合；5.3为概率；5.4为离散随机变量；5.5为正态分布。

数学卷6（概率与统计卷2）：6.1为泊松分布；6.2为随机变量的线性组合；6.3为连续随机变量；6.4为采样和估算；6.5为假说测试^[1]。

考试局同时提供进阶数学科目的考试，与数学属不同科目，目的是让数学有优势的同学可以将数学作为申请大学的一大优势。进阶数学共计4张试卷，考试需全部参加才能获

表1 中国学生升读高校与英国学生升读中国高校的考试选择

	大陆籍	香港籍	澳门籍	中国台湾籍	中国华侨/英国学生
中国大陆高校	高考，高校自主招生，竞赛，艺术体育生等	香港中学文凭考试（HKDSE），港澳台联考	四校联考，港澳台联考	台湾地区学测，港澳台联考	国际生招生（A-Level, SAT, IB 等）考试入学 不同学校有差异，港澳台联考，大学自主招生
中国香港高校	高考（统招，自主招生），国际生招生（A-Level, SAT, IB 等），通过 HKDSE 考试入学	香港中学文凭考试（HKDSE），大学联合招生办法（JUPAS），通过国际高考，非大学联合招生（Non-JUPAS），部分中国大陆读书学生通过高考或港澳台联考以自主招生形式入学	四校联考，香港中学文凭考试（HKDSE），国际生招生（A-Level, SAT, IB 等）	台湾地区学测，香港中学文凭考试（HKDSE），国际生招生（A-Level, SAT, IB 等），港澳台联考	国际考试（A-Level, SAT, IB 等），香港中学文凭考试（HKDSE）
中国澳门高校	高考（自主招生），国际生招生（A-Level, SAT, IB 等）	香港中学文凭考试（HKDSE），自主招生入学，国际生招生（A-Level, SAT, IB 等）	四校联考，部分可以用港澳台联考与香港中学文凭考试（HKDSE）成绩申请	台湾地区学测，港澳台联考	国际生招生（A-Level, SAT, IB 等）
中国台湾高校	高考（部分学校认可，以语数英成绩作为衡量标准），台湾地区学测	香港中学文凭考试（HKDSE），自主招生入学，国际生招生（A-Level, SAT, IB 等）	四校联考，部分可以用港澳台联考与香港中学文凭考试（HKDSE）成绩申请	台湾地区学测，港澳台联考（部分高校认可），国际生招生（A-Level, SAT, IB 等）	国际考试（A-Level, SAT, IB 等）
英国	UCAS 招生（A-Level, SAT, IB 等），	香港中学文凭考试（HKDSE），国际生招生（A-Level, SAT, IB 等）	UCAS 招生（A-Level, SAT, IB 等）	UCAS 招生（A-Level, SAT, IB 等）	UCAS 招生（A-Level, SAT, IB 等）
中国大陆高校（中外合办）	高考（高校自主招生），竞赛，艺术体育生等获得优势	四校联考，台湾地区学测，香港中学文凭考试（HKDSE），自主招生入学，国际生招生（A-Level, SAT, IB 等）			国际考试（A-Level, SAT, IB 等），大学自主招生

得进阶数学最终成绩。概率与统计部分试题作为进阶数学科目第4张试卷,占比25%。考试局最新的大纲显示,卷4的考试有五个部分。

进阶数学卷4(概率与统计卷1):4.1为连续随机变量;4.2为使用正态分布和t分布的推论;4.3为 χ^2 检验;4.4为不含参检验;4.5为概率生成函数^[2]。

A-Level考试有公式表提供给考生考试时查阅,官方称这是公式和统计表列表。其中,表格提供了正态分布、t-分布、 χ^2 -分布的关键值,Wilcoxon排名总和测试的关键值。公式或定理提供了汇总统计、离散分布、连续分布、抽样检验共计24个公式或定理,其中进阶数学抽样检测部分含4个公式^[3]。

A-Level作为英联邦国家大学生入学考试,数学科目难度不能满足部分学生的需求,同时有些大学为了选拔数学上成绩优异的学生,创办了STEP考试,部分大学要求学生参加这项考试,而其中的概率与统计部分难度有所上升。

2.2 高考:数学考试概率与统计普遍题目难度大,题型新,学习内容广

高考自2020年起不再公布考试大纲。考试内容基于官方教材,人教版教材必修3与选修2-3包含了概率与统计部分。通过分析近五年全国卷考试题目,选修2-3属于全国卷理科与新课标卷必考科目,是必修3概率与统计部分的延伸。

必修三涵盖了统计与概率的基础知识。其中,统计部分从随机抽样入手,到用样本估计总体与变量之间的相互关系;概率部分通过描述随机事件的概率进而到古典概型与几何概型^[4]。选修2-3则从计数原理中的分类加法与分步乘法计数原理开始,逐步向排列组合与二项式定理进阶。随机变量及其分布中先对离散型随机变量及其分布列进行学习,随后引进二项分布及其应用,离散型随机变量的均值与方差,最后学习正态分布有关知识。统计案例中有对回归分析及独立性检验做相应的阐述^[5]。

3 A-Level与高考数学概率与统计部分的区别简要分析

3.1 两者之间的比较:用来得出更直观的考试对比

经研究发现,概率与统计上A-Level与高考有如下区别:

① A-Level更加注重对课本基本定义的理解,而高考更加注重学生的实际应用能力。

② A-Level在题目描述上直白,高考在题目上描述相对隐晦,学生需要读懂题目深层次表达的意思才能深层次地理解应该用哪种方法解题。

3.2 分析一道改编的A-Level官方样本题:用来阐述考试局的出题思路

改编自概率与统计卷2(2020)样本卷:

两个家用电灯泡的使用寿命(单位:小时)相互独立同分布,其中 $N_a(125,15^2)$, $N_b(100,10^2)$ ^[6]。

第一,我们随机抽取3个家用电灯泡,他们的使用时长加起来不少于350小时的概率。

第二,如果随机抽取a,b两类家用电灯泡各一个,a的使用时长是b的两倍概率为多少。

A-Level的考题往往具有很明显的导向:①问中求3个灯泡使用时长不少与350小时的概率,也就是根据题目要求算出一个新的N,重新建立一个新的均值和方差,并算带入 Φ 的值,从而通过查表得到相应的概率。②问中考官指引学生往建立在 $E(E-2I)$, $\text{Var}(E-2I)$ 上,进而运用 10^2 、 15^2 两个方差结合,算出带入 Φ 的值,通过查表算出概率,用1减去得到的概率即可求值^[7]。

4 反思与回顾:促进更好的数学概率与统计部分的研究

4.1 反思:三个角度A-Level考试问什么在中国研究人员不多

目前中国对A-Level的考试研究少,大概有以下几个原因:

①国外考试题目有版权。A-Level下面有几个考试局,但是他们都将自己的考试题目作为一项专利,普通的学生或者是校外研究人士难以复制题目,同时教师也难通过题目分析教学方式形成学术论文。

②市面上教学资料少。不同于高考铺天盖地的教学资料,A-Level学生往往只能利用课本习题作为考试复习资料,因为不同考试局的出题方式不尽相同,考生只有研究本考试局的题目才有可能发挥得更好,同时其他出版社出版练习题侵犯版权。此外,因为由于中英教育观念差异,A-Level体系不支持学生做过多习题。在中国,有部分A-Level学校为了提升学生水平,从自己的教材开始入手,编写一套完整的教学资料供学生与老师使用,耗资往往较大,且各校不流通,形成了内卷。

③中国考生相对国际上的考试深入了解少。中国大陆学生绝大部分考生以参加中国高考为主,出国留学的学生也分SAT1&2、A-Level、IB等,而A-Level往往是通过UCAS申请去英国读书的学生多。中国香港籍考生只有部分通过

Non-JUPAS, 往往是 A-Level 考试居多申请香港或者是国外的高校, 而大部分考生以 HKDSE, 即为 JUPAS 方式申请中国香港或国外高校, 部分内地高校也认可此类成绩, 小部分考生, 通过中国港澳台联考升读内地高校。中国澳门籍考生选择通过四校联考升读本地高校, 或者通过中国港澳台联考, HKDSE 升读内地高校, 只有少部分人会选择 A-Level 这类国际考试入读国际高校。中国台湾地区的考生更倾向于选择台湾地区学测作为申请大学的依据, 这就导致了虽然 A-Level 拥有在中国虽然拥有近百万考生, 但是除了这些考生外, 了解 A-Level 考生的人并不多。

4.2 回顾与总结: 展望高中概率与统计部分教学

高考, A-Level 制度下数学科目的考试虽然有不尽相同的地方, 但是都选择将概率与统计部分作为高中学习的一部分, 其重要性可见一斑。两种教育模式下, 概率与统计的难度都不是高中学习中较难的一部分, 或者是被纳入简单的一部分, 是考试中尽可能不失误的模块。两种考试模式下, 概率与统计深刻考查学生使用数据的能力, 通过所给相应数据解题的能力, A-Level 考试在计算中考察基本的计算器使用能力, 而高考试题往往会有整除的数值方便学生计算, 所以学会分析概率与统计题目就显得尤为重要。

参考文献

- [1] Syllabus Cambridge International AS & A Level Mathematics 9709[EB/OL].<https://www.cambridgeinternational.org/Images/597421-2023-2025-syllabus.pdf>, Cambridge Assessment International Education Official Website, 2020.
- [2] Syllabus Cambridge International AS & A Level Further Mathematics 9231[EB/OL].<https://www.cambridgeinternational.org/Images/597381-2023-2025-syllabus.pdf>, Cambridge Assessment International Education Official Website, 2020.
- [3] List of formulae and statistical tables[EB/OL].<https://www.cambridgeinternational.org/Images/417318-list-of-formulae-and-statistical-tables.pdf>, Cambridge Assessment International Education Official Website, 2020.
- [4] 课程教材研究所, 中学数学教材研究开发中心. 数学必修3[M]. 北京: 人民教育出版社, 2005.
- [5] 课程教材研究所, 中学数学教材研究开发中心. 数学选修2-3[M]. 北京: 人民教育出版社, 2005.
- [6] Cambridge International AS and A Level Mathematics (9709)2020 specimen Paper6[EB/OL].<https://www.cambridgeinternational.org/Images/415320-2020-specimen-paper-6.pdf>, Cambridge Assessment International Education Official Website, 2020.
- [7] Cambridge International AS and A Level Mathematics (9709)2020 specimen Paper6 Mark Scheme[EB/OL]. <https://www.cambridgeinternational.org/Images/415347-2020-specimen-paper-6-mark-scheme.pdf>, Cambridge Assessment International Education Official Website, 2020.