 DOI: https://doi.org/10.12345/jxffcxysj.v4i23.9581

Grasp the Essence of the Problem and Improve Core Literacy—Reflection on the Problem of Turning Over (Folding)

Jianxin Huang

Shihu Middle School, Wuzhong District, Suzhou City, Jiangsu Province, Suzhou, Jiangsu, 215000, China

Abstract

The author explores the problem-solving ideas about folding in the basic movement of graphics, makes a multi angle analysis of the problem, solves more than one problem, and changes one problem, so as to help students grasp the essence of this kind of problem and improve their core literacy.

Keywords

core literacy; folding; high school entrance examination

把握问题本质，提高核心素养——关于翻折（求值）问题的思考

黄建新

江苏省苏州市吴中区石湖中学，中国·江苏 苏州 215000

摘　要

笔者探讨图形的基本运动中有关翻折的解题思路，对题目进行多角度分析，一题多解，一题多变等帮助学生把握这类问题本质，提高学生核心素养.

关键词

核心素养；翻折；中考

1 引言

近年来，中国各地中考在客观题压轴题往往围绕图形的三大运动展开命题，以图形的变化为素材，抓住某些特殊位置来研究图形具有的性质，并进一步探究变化过程中某些结论.其目的是要考查学生对图形三种基本运动（平移、旋转、翻折）的有关概念及其性质的应用的掌握情况。实际情况是学生对于平移、旋转掌握得比较好，但遇到翻折类题型就束手无策。笔者从折痕所在的直线是否确定将翻折问题分为三类，即沿着定直线翻折、沿着动直线翻折和定、动组合翻折。以翻折题目为载体，探讨几种解题思路，总结这类问题的思考方法，形成解决问题的策略和基本经验[1]。

2 沿着定直线翻折

如图 1 所示，△ ABC 中，∠ BAC=90°，AB=8，BC=6，点 D 是 AC 的中点，将△ CBD 沿 BD 翻折得到△ C’BD，连接 AC’，那么线段 AC’的长是多少？

【作者简介】黄建新（1977–），男，中国江苏苏州人，本科，中学高级教师，从事初中数学教学研究。

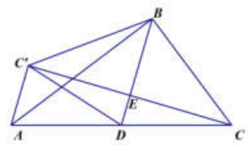

图 1

分析：从命题角度来看，此题本质是作等腰△ ACE 底边 CE 上的高和腰 AE 上的高线 CC’，再结合腰的中点 D 等一系列关联的几何元素，以它们为载体，取其局部，设计出一道隐藏“垂直平分”这一核心信息的以翻折为背景的填空压轴题，真可谓绝妙。

翻折的隐含条件是全等。在解决翻折问题时要牢牢抓住全等这个隐含条件，根据这个条件可以从多角度来解决翻折问题。

角度一：求证过程。

∵△ CBD ≅ △ C’BD

∴ DC’=DC=DA，BC’=BC

∴ DB 是 CC’的垂直平分线，即∠ DEC=90°，且点 E 为 CC’中点

∵点 D 是 AC 中点

∴ DE 为△ AC’C 的中位线

∴ AC’ // DE

得∠ AC’ C= ∠ DEC=90°

$$由S_{\Delta ADC}=\frac{1}{2}\times AD\times CE=\frac{1}{2}S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 6\times 8=12$$

得 CE=4.8

由勾股定理可得：

$$AC^{'}=\sqrt{AC^{2}-C^{'}C^{2}}=\sqrt{10^{2}-9.6^{2}}=2.8$$

角度二：从图 2 可知易证得 DC’ =DC=DA，所以点 A、C、B、C’ 四点在以点 D 为圆心、DA 长为半径的圆上，即 AC 为直径。

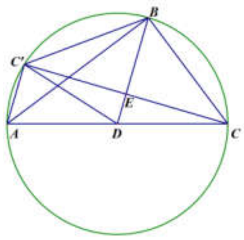

图 2

∵△ CBD ≅ △ C’ BD

∴ DC’ =DC=DA，BC’ =BC

∴ DB 是 CC’ 的垂直平分线，即∠ DEC=90°

∵∠ BCE= ∠ BC’ E= ∠ BAC

∴ sin ∠ BCE=sin ∠ BAC

$$即\frac{BE}{BC}=\frac{BC}{AC}。$$

$$由\frac{BE}{6}=\frac{6}{10}，得BE=3.6。$$

∴ DE=1.4，AC’ =2.8

角度三：隐含翻折。

如图 3 所示，由角度一证得 AC’ // DE，即∠ C’ AC= ∠ ABD。

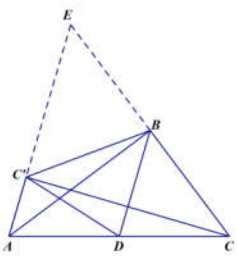

图 3

∵ DB=DA

∴∠ DAB= ∠ DBA

∴∠ C’ AC= ∠ DAB

又∵∠ ABC=90°

∴可以延长 CB，AC’ 交于点 E，得△ ACE 为等腰三角形，CE 为底边，其中 AB、CC’ 为高。

$$S_{\Delta ACE}=\frac{1}{2}\times CE\times AB=\frac{1}{2}\times AE\times CC^{'}$$

$$即\ 12\times 8=10\times CC^{'}$$

$$CC^{'}=9.6$$

由勾股定理可得：

$$AC^{'}=\sqrt{AC^{2}-C^{'}C^{2}}=\sqrt{10^{2}-9.6^{2}}=2.8$$

3 沿着动直线翻折

如图 4 所示，已知直线 AB：y=2x+4 分别交 x 轴、y 轴与点 A、点 B，将△ ABO 沿直线 AB 翻折至△ ABP，直线 CD：$y=kx+4k$（$k>0$）分别交 x 轴 y 轴与点 C、点 D，若原点 O 关于直线 CD 的对称点 Q 恰好落在 PB 上，则 tan ∠ BQD 的值为 ____。

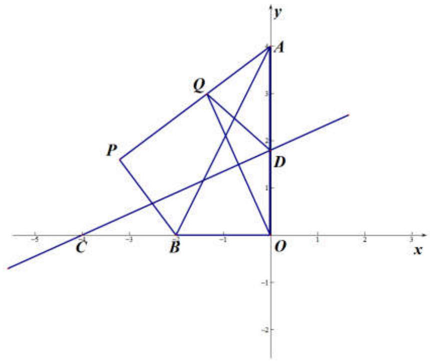

图 4

不难发现，本题中存在一些隐含条件。例如，由点 O 关于直线直线 CD 的对称点 Q 恰好落在 PB 上，可得 CD 为 OQ 的垂直平分线，即△ OCD ≌ △ QCD，得$\angle CQD=90^{0}$，从而可以联想到手拉手模型，等角三角函数值相等。可以将求 tan $\angle BQD$ 转化为求和$\angle BQD$ 相等的角的正切值，因此辅助线就呼之欲出。

其中，简约解法如图 5 所示。

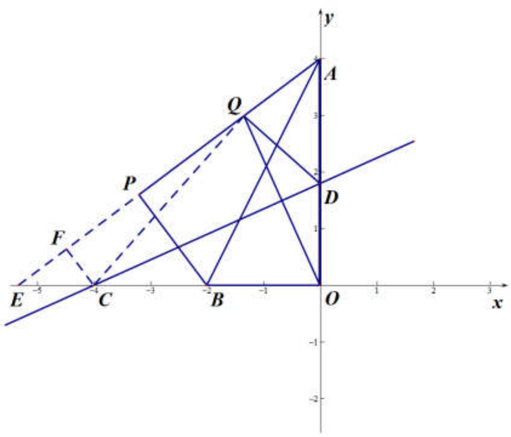

图 5

延长 BP 交 x 轴于点 F

设$CF=a$

$\because \sin\angle BFC=\dfrac{BO}{BF}=\dfrac{PA}{AF}$

$\therefore \dfrac{4}{BF}=\dfrac{2}{2+a}$

即$BF=4+2a$, 即$PE=2a$

在ΔCEF中，$PF^2+PA^2=AF^2$，得$(2a)^2+4=(2+a)^2$

解得：$a_1=0$(舍去)，$a_2=\dfrac{4}{3}$

又$\because \sin\angle BFC=\dfrac{BO}{BF}=\dfrac{EC}{CF}=\dfrac{4}{4+\frac{8}{3}}=\dfrac{3}{5}$

$\therefore CE=\dfrac{4}{5}$

在$Rt\Delta QEC$中，$EQ=\sqrt{CQ^2-EC^2}=\sqrt{4^2-(\frac{4}{5})^2}=\dfrac{8}{5}\sqrt{6}$

$\therefore \tan\angle BQD=\tan\angle QCE=\dfrac{\frac{8}{5}\sqrt{6}}{\frac{4}{5}}=2\sqrt{6}$

4 定、动直线组合翻折

例如，已知如图 6 所示，Rt△ABC 中，$\angle ACB=90^0$，$AC=6, BC=8$，点 M 在 AC 上，$AM=\frac{36}{11}$，点 N 是边 BC 上一动点，若将$\angle C$沿着直线 MN 折叠，点 C 的对应点 C’恰好落在边 AB 上，求 CN 的长度。

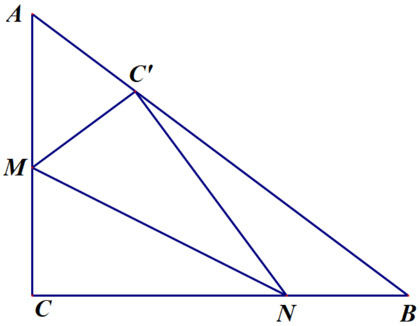

图 6

分析：不难发现，由本题中$\angle MC'N=90^0$，从而可以联想到手拉手模型，三角形相似对应边成比例。可以利用已知相似比求 CN 边长。

解：如图 7，过点 M 作 $MD\perp AB$，垂足为 D，过点 N 作 $NE\perp AB$，垂足为 E. 易证得 $\Delta MDC' \backsim \Delta C'EN$

则$NE=7k$，$NB=\dfrac{35}{3}k$

$\therefore 25k+\dfrac{35}{3}k=8$

$CN=25k=\dfrac{60}{11}$

即$\dfrac{MD}{C'E}=\dfrac{MC'}{C'N},\dfrac{C'E}{C'N}=\dfrac{\frac{144}{55}}{\frac{30}{11}}=\dfrac{24}{25}$

可设$C'E=24k, C'N=25k$

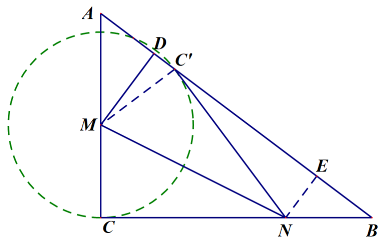

图 7

变式：点 M、N 分别是边 AC、BC 上的动点，若将$\angle C$沿着直线 MN 折叠，点 C 的对应点 C’恰好落在边 AB 上，且△AMC’恰好为直角三角形，求此时 CM 的长度。

分析：依据△ADC’为直角三角形，分两种情况进行分类讨论。

①如图 8 所示，$\angle AMC'=90^0$时。

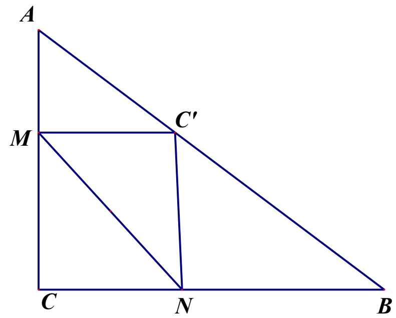

图 8

②如图 9 所示，$\angle AC'M=90^0$时。

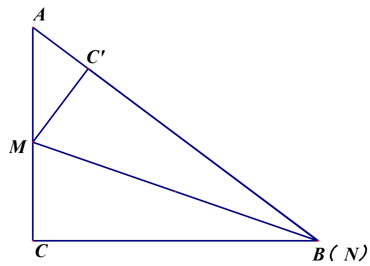

图 9

解：设$CM=x$，由题意可得$\angle AC'M=\angle MC'N=90^0$

$\therefore$点A、C'、N三点在一条直线上，即点N与点B重合.

易得$\Delta AMC' \backsim \Delta ABC$

（下转第 45 页）

方机构，同时对第三方机构的资质进行审核，并对合作教师进行相关培训。

6 结语

教育“十三五”规划表明要“统筹利用中国和国际教育资源，广泛借鉴吸收国际先进经验，进一步提升教育对外开放水平”。而作为教育对外开放前沿阵地的中外合作办学，是吸收国际经验，培养国际化人才必不可少的环节。目前，各优秀海内外高校正通过中外合作办学的方式寻求进一步的合作发展。当然，在合作办学的过程中，还存在资源不足和师资不足的情况，但是通过引入第三方机构，可以有效解决这两方面的问题。虽然引入第三方机构目前看来也有缺陷，但是为了进一步发展，我们不能因噎废食，而应该加强合作，共同进步，共同发展，为中国培养更多更优秀、发展更全面的国际化人才。

参考文献

[1] 赵敏.中外合作办学中引进优质教育资源问题研究[J].文化视野,2019(34):463.

[2] 况玥,郭原恺.中外合作办学下的大学英语教学的改革与探究——以河南大学迈阿密学院为例中外合作办学中引进优质教育资源问题研究[J].英语广场,2020(132):45-47.

[3] 李遵.中外合作办学背景下通用学术英语必要性分析[J].理论平台,2019(12):151.

[4] 张鸽.合作办学项目中中外英语教师合作教学的困境与应对之策——以河南省合作办学项目为例[J].英语广场,2019(4):70-72.

[5] 张力,韩涛.中外合作办学机构大学英语教学模式的新探究——以东莞理工学院中法联合学院英语翻转课堂为例[J].高教学刊,2019(12):11-14.

（上接第 38 页）

$$\therefore \frac{AM}{MC'} = \frac{AB}{CB}$$

即 $\frac{6-x}{x} = \frac{10}{8}$

$x = \frac{8}{3}$，经检验：$x = \frac{8}{3}$ 是所列方程的解.

5 结语

总之，翻折问题不仅考查了学生的文本阅读、作图、分析、探究和解决问题的能力，还考查了多种数学思想。教师在教学时可以让学生通过对一道题目的多角度挖掘，发现题目内在的几何逻辑关系，接着让学生进行一题多解、一题多变，达到洞察几何图形变化的根源，从宏观上认识翻折问题的本质，抓住利用翻折问题的隐含条件轻松、快速解题；这样学生不仅仅见了树木，还见到一大片森林[2,3]。

参考文献

[1] 张小平.把握问题本质,提高解题能力[J].上海中学数学,2019(11):36-38.

[2] 白绍强.一道翻折问题的求解策略与教学思考[J].初中数学教与学,2021(5):32-34.

[3] 洪幼文.准确把握角的范围,提高解题能力[J].考试周刊,2009(2):2.