

Mathematical Modeling, Micro Course, Case Teaching, Design—The Optimal Mode of Honeycomb Structure

Xiujuan Sun¹ Minsuo Jin² Xinxia Wang¹ Shuying Zhao¹ Wenbiao Jiang¹

1.School of Science, Heilongjiang University of Science and Technology, Harbin, Heilongjiang, 150022, China

2.School of Electrical, Heilongjiang University of Science and Technology, Harbin, Heilongjiang, 150022, China

Abstract

Based on the optimal mode of honeycomb structure as the main line in this paper, the design and implementation of case teaching is given a math model of the micro course, pay attention to the ideological and political elements into teaching, cultivate students' thinking in mathematics and applied mathematics knowledge to solve the question ability, thus improving the quality of teaching of mathematical modeling course, cultivate innovative applications. Personnel to reach under the new situation.

Keywords

curriculum ideology and politics; mathematical modeling; micro courses; cases

课程思政元素融入数学建模微课程案例教学设计——蜂房结构的最优模型

孙秀娟¹ 金民锁² 王新霞¹ 赵淑莹¹ 姜文彪¹

1. 黑龙江科技大学理学院, 中国·黑龙江 哈尔滨 150022

2. 黑龙江科技大学电气学院, 中国·黑龙江 哈尔滨 150022

摘要

论文以蜂房结构的最优模型为主线, 给出了一节数学建模微课程案例的教学设计、实施, 注重课程思政元素融入教学, 激发学生思考学习主动性, 培养学生的数学思维和应用数学知识解决问题能力, 从而提高数学建模课程教学质量, 达到新形势下创新型、应用型人才培养目的。

关键词

课程思政; 数学建模; 微课程; 案例

1 引言

习近平总书记在全国高校思想政治工作会议上强调思想政治工作从根本上说是做人的工作, 必须围绕学生、关心学生、服务学生, 不断提高学生的思想水平、政治觉悟、道德品质、文化素养, 让学生成为德才兼备、全面发展的人才。要用好课堂教学这个主渠道, 思想政治理论课要坚持在改进中加强, 满足学生成长发展需求和期待, 其他各门课都要守好一段渠、种好责任田, 使各类课程与思想政治理论课同向同行^[1]。大学数学基础课程当中融入课程思政元素, 深入挖掘数学课程的思政案例, 在教学过程中融入

【基金项目】2021年黑龙江科技大学教学研究项目(课程思政研究专项重点项目)《课程思政背景下的高等数学混合式课教学探索与实践》(项目编号: JY21-47)。

【作者简介】孙秀娟(1979-), 女, 中国黑龙江鸡东人, 硕士, 副教授, 从事基础数学教学研究。

思政教育案例动之以情, 晓之以理、化繁为简、化难为易、化枯燥为生动、化被动为主动, 提高学生数学思维能力及解决实际问题能力, 树立正确的人生观和价值观并积极努力实现自己人生价值。

2 数学建模微课程案例教学设计

2.1 问题的背景与问题的提出

蜜蜂是人类的好朋友, 它给我们带来很多有益健康的食品。蜂房的结构到底是什么样的呢? 著名生物学家达尔文说: “巢房的精巧构造十分符合需要, 如果一个人在观赏精密的蜂巢后, 而不知加以赞扬, 那人一定是个糊涂虫。”在很早以前人们就开始注意到蜂房的形状特征。单个的蜂房从正面看是许多正六边形的洞, 每一个洞是六面柱的巢入口, 而每一个蜂房底都是大小相同的菱形组成的。从侧面看是六棱柱体, 但六棱柱体的底不是正六边形, 而是由三个全等的菱形组成的尖底。法国天文学家马拉尔第揭示了作为蜂房底的三个菱形, 其钝角等于 $109^{\circ}28'$, 锐角等于

70°32'!马拉尔第的观察引起了法国物理学家雷奥姆的兴趣,他大胆断言:“用这样的角度来建造蜂房,在相同的容积下材料最省。”^[23]小小卓越设计师蜜蜂“设计”的蜂房是最优化的,雷奥姆的断言是正确的吗?下面通过建立数学模型来给以解答。

2.2 问题的分析与模型的建立

蜜蜂为什么不把巢房做成是三角形,正方形或其他形状呢?蜂窝是一个三维建筑体,但每一个蜂巢都是正六棱柱体,而蜂巢的总面积仅与截面有关。由此引出一个数学问题,即寻找体积相同、表面积最小的立体模型。假设蜂房的入口正六边形边长是固定,运用高等数学拉格朗日乘数法理论算出设想模型数据。比较最终数据是与蜂房的客观夹角数据相一致,若一致即可论证假设。

2.2.1 模型假设:

- ①假设蜂房都是标准的正六棱柱体;
- ②假设蜂房内每一房室大小统一、上下左右距离相等,房与房紧密相连;
- ③假设蜂房的入口正六边形边长是固定;
- ④假设正六棱柱被三个全等的菱形所截,六棱柱有三条相隔侧棱不变,另外三条侧棱被截去相同的长度。

2.2.2 符号说明

- 2a: 正六棱柱底面的边长;
- b: 正六棱柱侧棱长;
- α : 菱形中的锐角;
- β : 菱形中的钝角;
- x: G 到正六棱柱上底面的距离,
- 也是正六棱柱侧棱被菱形截下 C_0C_1 的长度;
- 2y: 三个全等的菱形一条对角线 GC_1 长度;
- S: 单个蜂房的表面积。

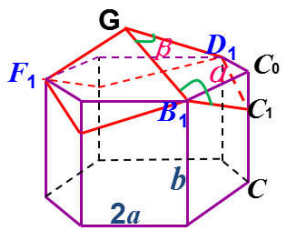


图1 六棱柱与蜂房关系图(一)

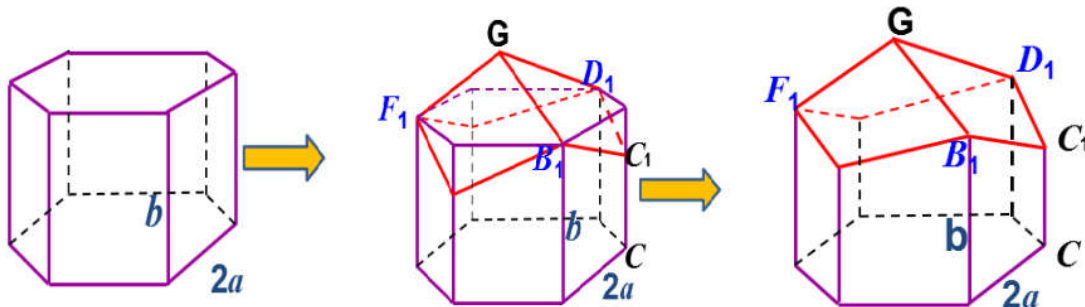


图2 正六棱柱(一) 图3 六棱柱与蜂房关系图(二) 图4 蜂房形状图(一)

2.2.3 问题分析: 根据假设(4)

一个底面边长为 2a 的正六棱柱(图2), 上方被三个全等的交于一点的菱形所截得到一个蜂房(图4), 且蜂房与六棱柱体积相同。

根据假设(4)正六棱柱被三个全等的菱形所截, 六棱柱有三条相隔侧棱不变, 另外三条侧棱被截去相同的长度, 可以容易推出六棱柱被截下的三个小棱锥的体积恰好等于补上的立体 $G-B_1D_1F_1$ 的体积, 因此体积不变, 即蜂房体积与正六棱柱的体积相同, 但是表面积发生了改变, 下面研究在体积相同的条件下, 正六棱柱由怎样的三个全等的菱形做底, 其表面积才能最小? 进一步分析,

设 G 到平面 $B_1D_1F_1$ 的距离是 $x, GC_1=2y$,
 则 GC_1 在柱体中心轴上的投影为 $2x$,
 GC_1 在平面 $A_1C_1E_1$ 上的投影为 $2a$,
 有勾股定理可得 $(2x)^2 + (2a)^2 = (2y)^2$
 侧棱截下长度 $C_0C_1=x$;

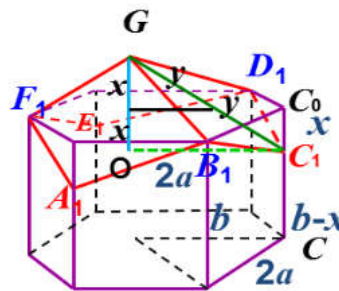


图5 六棱柱与蜂房关系图(三)

2.2.4 模型的建立

在相同的容积下, 一个正六棱柱被三个全等的菱形所截做底得到一个蜂房, 且有 $(2x)^2 + (2a)^2 = (2y)^2$, 则当菱形的两个角度 α, β 为多少时才能使得到的蜂房表面积最小^[4]? 即在约束方程 $(2x)^2 + (2a)^2 = (2y)^2$ 条件下, 求蜂房表面积最小值。

首先确定目标函数, 蜂房表面积由:

- 正六边形面积: $6\sqrt{3}a^2$,
- 六个全等的梯形面积: $6a(2b-x)$,
- 三个全等的菱形面积: $6\sqrt{3}a^2$,
- 故得目标函数即蜂房的表面积:

$$(x, y > 0) S(x, y) = 6\sqrt{3}a^2 + 6a(2b-x) + 6\sqrt{3}ay$$

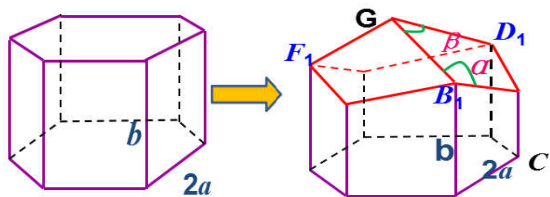


图6 正六棱柱(二)

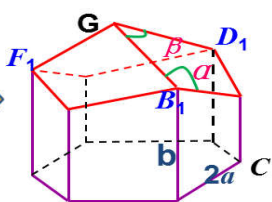


图7 蜂房形状图(二)

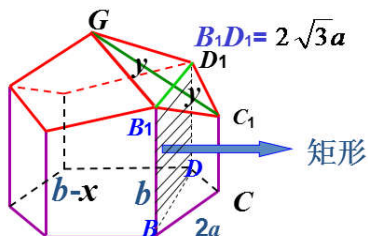


图8 蜂房形状图(三)

3 模型的求解与结果的检验

求函数在 $S(x, y) = 6\sqrt{3}a^2 + 6a(2b - x) + 6\sqrt{3}ay$ 约束方程 $(2x)^2 + (2a)^2 = (2y)^2$

条件下最小值。

解：由拉格朗日乘数法：

第一步：构造拉格朗日函数：

$$L(x, y, \lambda) = 6\sqrt{3}a^2 + 6a(2b - x) + 6\sqrt{3}ay + \lambda(x^2 + a^2 - y^2)$$

$$\text{第二步：令 } \begin{cases} L_x = -6a + 2\lambda x = 0 \\ L_y = 6\sqrt{3}a - 2\lambda y = 0 \\ L_\lambda = x^2 + a^2 - y^2 = 0 \end{cases}$$

第三步：解得唯一满足条件的点：

由实际问题，最小值一定存在

$$\text{故当 } x = \frac{\sqrt{2}a}{2}, y = \frac{\sqrt{6}a}{2} \text{ 时 } S(x, y) \text{ 最小,}$$

即蜂房的表面积最小，此时可以求得：

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{y}{\frac{B_1D_1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

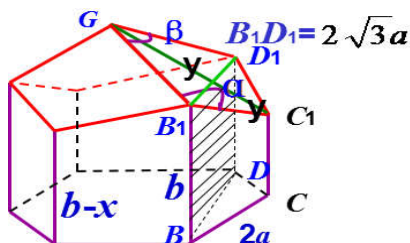


图9 蜂房形状图(四)

$$\tan \alpha = \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}} = 2\sqrt{2}$$

$$\alpha \approx 70^\circ 32', \beta \approx 109^\circ 28'$$

即当作为蜂房底的三个菱形钝角等于 $109^\circ 28'$ ，锐角等于 $70^\circ 32'$ 时，蜂房表面积最小，即在相同的容积下所用材料最省。

蜜蜂建造的蜂房结构与我们计算结果完全一致，可以判断雷奥姆的断言是正确的，也说明了蜜蜂把蜂房筑成这样的结构，是利用最少的原料，在有限的空间筑成最先进的住宅。可见小小蜜蜂竟是如此卓越的建筑师^[2]！

4 问题的拓展与模型的应用

通过对蜂房的最优模型的讨论得知在以底面为多边形建造模型时，蜂房模型结构是最省材料的模型，而且空间平面占用可达 100%，是理想的建筑结构模型。当建造大型建筑底面是六边形，稳定坚固、美观，节省材料，多面采光好，屋顶尖形防潮。当建造小型容器时，省材料节省空间。

在我们日常生活中总会发现蜂窝式的设计物品，如蜂窝式收纳篮、蜂窝式笔筒、蜂窝式酒架，这样设计不仅外观优美，而且节省材料，最大化的利用了有限的空间，还有蜂窝式散热排风口、蜂窝式迷你风扇、蜂窝式不粘锅、蜂窝式轮胎，这样设计性优点能好重量轻。蜂房的奇妙结构不仅引起数学家的注意，也使材料工艺师得到启发，蜂房的巧妙结构使飞机结构工艺师得到了启发，为省材料，减轻飞机重量，设计“蜂窝式夹层”结构，这种结构比实心强度高，隔音隔热性能好，重量实心的几分之一^[2]！被称为蜂窝式航天器，这里可以引申介绍与航天器有关的思政元素，如神州十三号载人飞船顺利将三名航天员送入天和核心舱，使学生感到我们祖国的强大，身为中国人感到自豪，可以进一步介绍三名航天员的励志故事，航天员叶光富说“我们每一个航天员不是在飞天就是在为了飞而奋斗的路上，我也是如此”他认为人生的精彩就体现在漫长而艰辛的奋斗过程中。在抽象的数学课程中融入一些思政元素，更能激发学生进取心和求知欲，使学生积极健康成长并为自己的人生奋斗目标努力奋斗。

参考文献

- [1] 习近平在全国高校思想政治工作会议上强调:把思想政治工作贯穿教育教学全过程开创我国高等教育事业发展新局面[N].人民日报,2016-12-09.
- [2] 李心灿.高等数学应用205例[M].北京:高等教育出版社,1997.
- [3] 同济大学应用数学系.高等数学下第七版[M].北京:高等教育出版社,2014.
- [4] 孙秀娟,王佳秋,杜广环.数学建模案例的应用研究[J].高师理科学,2010,30(4):23-25.