

The Intersection of Gravitation and the Derivation of Cullen's Law

Shudong Zhang¹ Jie Hou¹ Weizhi Cheng² Naiqiang Yu³

1. Laixi City First High School, Qingdao, Shandong, 266699, China
2. Shandong Ruiguang Electric Power and Heat Co., Ltd., Jinan, Shandong, 250000, China
3. Laxi City Guhe Street Sunshou Middle school, Qingdao, Shandong, 266611, China

Abstract

The first part of this paper is to explain why there is universal gravitation and not repulsion between neutral objects, the second part is an attempt to derive Cullen's law along the lines of Newton's law of universal gravitation, because Cullen's law, which is fundamental to electrodynamics, is an experimental law.

Keywords

positive and negative mass; Newton's law of universal gravitation; Cullen's law

万有引力的相互作用和库伦定律的推导

张树东¹ 侯捷¹ 程伟志² 于乃强³

1. 莱西市第一高级中学, 中国 · 山东 青岛 266699
2. 山东睿冠电能热力有限公司, 中国 · 山东 济南 250000
3. 莱西市沽河街道孙受中学, 中国 · 山东 青岛 266611

摘要

论文的第一部分是说明中性的物体之间为什么存在万有引力而不存在斥力, 第二部分是尝试循着牛顿推导万有引力定律的思路来推导库伦定律, 因为作为电动力学最基本的库伦定律是个实验定律。

关键词

正质量和负质量; 万有引力定律; 库伦定律

1 万有引力的作用机制

物质的相互吸引及排斥原理: 在同一类物质范围内, 同性相互排斥, 异性的相互吸引。如在静电范围内, 正电子或负电子之间互相排斥, 而正负电子则互相吸引。在磁场范围内, N 极或 S 极之间互相排斥, 而 N 极和 S 极之间则互相吸引等。

为什么万有引力会发生在中性的物体之间呢? 中性的物体之间为什么不存在万有斥力呢? 根据狭义相对论的质能关系:

$$E^2 = c^2 p^2 + m_0^2 c^4$$

得:

$$E = \pm \sqrt{c^2 p^2 + m_0^2 c^4} = mc^2 \Rightarrow m = \pm \frac{E}{c^2}$$

因此任何物体的质量都可分为正质量和负质量两种状

态, 这两种状态之间没有任何关联, 不发生任何作用, 如图 1 所示。

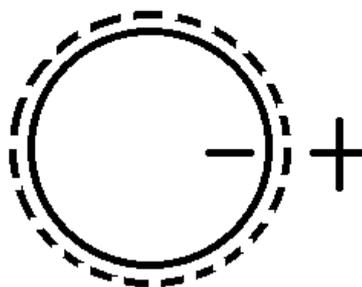


图 1 正、负能量示意图

实线表示物体存在的负质量状态, 虚线则表示正能量状态。

如果物体 A 和 B 之间发生万有引力作用, 对 A 来说, 就是 A 物体的负质量和 B 物体的正质量之间相互吸引, 对 B 而言就是 A 物体的正质量和 B 物体的负质量之间相互吸引, 如图 2 所示。

【作者简介】张树东 (1967-), 男, 中国山东莱西人, 从事电动力学研究。

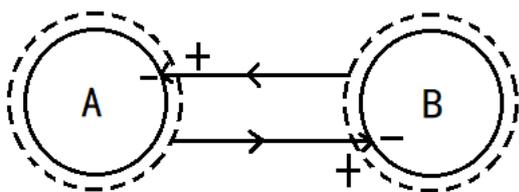


图2 A、B物体质量吸引示意图

因此任何物体单独存在时都以负质量状态存在着，只有在发生万有引力相互作用时，作为单独一方而言才和对方的正质量发生作用。

2 库伦定律的推导

库伦定律是个实验定律，下面尝试着用牛顿推导万有引力定律的方法来推导库伦定律。

推导过程如下：

假设1：电子绕原子核作椭圆运动，原子核位于椭圆的一个焦点上。

假设2：电子公转的周期的平方和轨道半长轴的立方成比例。

根据有心力的特征有：

$$\begin{cases} F_r = m_e a_r = m_e (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) \neq 0 & (1) \\ F_\theta = m_e a_\theta = m_e \frac{1}{r} \frac{d}{dt}(r^2\dot{\theta}) = 0 \Rightarrow r^2\dot{\theta} = h \text{ (常数)} & (2) \end{cases}$$

令 $u = \frac{1}{r}$ ，经过变量代换将(2)带入(1)得比耐方程：

$$F_r = -m_e h^2 u^2 \left(\frac{du^2}{d\theta^2} + u \right) \quad (3)$$

电子绕原子核运动的轨道方程：

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \theta} \quad (p \text{ 是椭圆正焦距长度的一半}) \quad (4)$$

将(4)带入(3)得：

$$F_r = -m_e h^2 u^2 \left(\frac{du^2}{d\theta^2} + u \right) = -\frac{m_e h^2 u^2}{p} = -\frac{h^2}{p} \cdot \frac{m_e}{r^2} \quad (5)$$

将(2)变换得：

$$ds = \frac{1}{2} r^2 d\theta = \frac{1}{2} k dt \quad (6)$$

而 $\frac{1}{2} r^2 d\theta$ 就是图3中椭圆的单位面积元的面积，对(6)积分等式左边就是椭圆的面积：

$$S = \int ds = \int \frac{1}{2} r^2 d\theta = \int \frac{1}{2} h dt = \frac{1}{2} h \tau = \pi ab$$

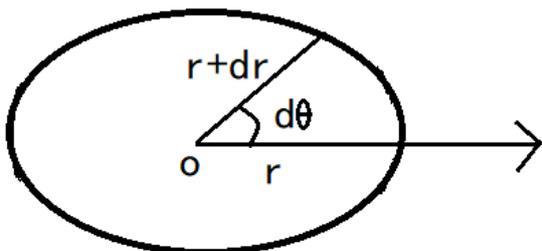


图3 椭圆面积元示意图

τ 是电子绕原子核运动一周所需的时间， a 、 b 分别是椭圆的半长轴和短半轴，所以 $\tau = \frac{2\pi ab}{h}$ ，而 $\frac{r^2}{a^3} = \frac{4\pi^2 b^2}{h^2 a}$ ，因

$$\frac{b^2}{a} = \frac{1}{a}(a^2 - c^2) = a \left(1 - \frac{c^2}{a^2} \right) = a(1 - e^2) = p$$

故 $\frac{r^2}{a^3} = \frac{4\pi^2 p}{h^2}$ ，根据假设2， $\frac{r^2}{a^3}$ 是与电子无关的常数，令

$$\frac{h^2}{p} = k^2 \text{ 带入(5)得:}$$

$$F_r = -k^2 \frac{m_e}{r^2} = -\frac{4\pi^2 a^3}{\tau^2} \cdot \frac{m_e}{r^2} \quad (7)$$

以上推导完全是按推导万有引力定律的过程来推导的，但提供电子绕原子核运动的力不是万有引力，现在来确定这个有心力是库仑力。

变换：

$$F_r: F_r = -\frac{4\pi^2 a^3}{\tau^2} \cdot \frac{m_e}{r^2} = -\frac{4\pi^2 a^3}{\tau^2} \cdot \frac{m_e}{e} \cdot \frac{e}{r^2} \quad (8)$$

在万有引力定律中， $F_r = -\frac{4\pi^2 a^3}{\tau^2} \cdot \frac{m}{r^2}$ 中的项 $\frac{4\pi^2 a^3}{\tau^2}$ 是一个与行星无关而只与太阳有关的量，是太阳的高斯常数，也就是说 $\frac{4\pi^2 a^3}{\tau^2}$ 是质量的函数，且 $\frac{4\pi^2 a^3}{\tau^2} = GM$

(G 是万有引力常数)。同样在(8)式中：由于 $F_r = -\frac{4\pi^2 a^3}{\tau^2} \cdot \frac{m_e}{e} \cdot \frac{e}{r^2}$ 中的项 $\frac{4\pi^2 a^3}{\tau^2} \cdot \frac{m_e}{e}$ 出现了电荷“ e ”，因此这一项必与电量有关。现在算这项的量纲，在万有引力定律中 $\frac{4\pi^2 a^3}{\tau^2}$ 的量纲是 $\frac{N \cdot m^2}{kg}$ ，这样 $\frac{4\pi^2 a^3}{\tau^2} \cdot \frac{m_e}{e}$ 的量纲是 $\frac{N \cdot m^2}{kg} \cdot \frac{kg}{C} = \frac{N \cdot m^2}{C} = \frac{J \cdot m}{C} = \frac{C^2}{m} \cdot \frac{m}{F} \cdot \frac{m}{C} = \left[\frac{m}{F} \right] C$ 。

通过以上分析， $\frac{4\pi^2 a^3}{\tau^2} \cdot \frac{m_e}{e}$ 与核外电子无关而另与原子核所带电量有关的，是个电荷数量的函数，由于 $e < 0$ ，所以 $-\frac{4\pi^2 a^3}{\tau^2} \cdot \frac{m_e}{e} > 0$ ，因此原子核带正电且与核外电子的电量相等。综上所述，电子在原子核外所受的有心力是库仑力提供的。参考在万有引力定律中 $\frac{4\pi^2 a^3}{\tau^2} = GM$ ，在(8)式定义：

$$-\frac{4\pi^2 a^3}{\tau^2} \cdot \frac{m_e}{e} = k' N |e| \quad (N \text{ 是正整数，} k' \text{ 是库仑常数})$$

最后得：

$$F_r = -\frac{4\pi^2 a^3}{\tau^2} \cdot \frac{m_e}{e} \cdot \frac{e}{r^2} = k' \frac{Ne^2}{r^2} \quad (9)$$

现在求解 k' ，在原子物理学中，才有符合下列条件的电子轨道也有可能实现： $2\pi r \cdot m_e v = nh$ (这里的 h 是普朗克常数)，即：

$$m_e^2 v^2 r^2 = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2} \quad (10)$$

(下转第100页)

3 新课程背景下，加强小学教育管理的有效措施

3.1 制定现代化的小学教育管理制度

要想提高小学教育管理质量，推动小学教育管理改革进程，首先需要提供制度上的支持，也就是针对新课程理念完善相应的教育管理制度，为小学教育管理发展奠定基础。现代化教育管理模式中，制度需要具备全面性、开放性、针对性、有效性。教师作为实施教育的一线工作者，在小学教育管理改革中有着绝对发言权。因此，在构建小学教育管理制度中，教师需要以学生代表的身份参与到教育管理制度改革中，通过教师提出学生的内心需求，校领导需要加强教师的沟通，让教师参与到小学教育管理制度改革中，从而形成“学生—教师—校领导”的制度建立模式，让小学教育管理制度能立足于学生与教师，从而保障小学教育管理的有效性，充分发挥小学教育管理制度的积极作用，在校园教育管理制度中贯彻以人为本的思想。

3.2 创新改革小学教育管理模式

在新课程背景下，加强小学教育管理改革刻不容缓。通过改善现有的小学教育管理模式，充分调动学生在学习中的积极性，通过改革小学教育管理模式从而实现教育资源优化配置，一改传统教育管理模式的弊端，提高课堂教学效率与学生学习成绩，从而达到小学教育管理改革需求。在进行小学教育管理改革中，校长需要做出表率，也就是树立坚定的改革信念，贯彻并落实“以人为本”“以生为本”的教育管理理念，同时要结合学校教育的实际情况，深入学生的学习课堂中，加强对学生的理解深度，从而为小学教育管理改革提供方向。在小学教育管理中，需要将知识教育与素质教育相结合，对传统学校不关注的科目，如美术、体育、科学、信息技术等，不断完善这些与素质教育相关科目的完

整性，实现一视同仁，加强素质教育力度，通过知识教育与素质教育相结合的模式，推动学生全面发展^[1]。

3.3 加强师资团队建设工作

想要提高小学教育管理质量，就必须要加强师资团队建设工作，提高小学教师的专业素质，这也是小学教育管理改革的关键因素。一是在小学教育现有师资团队基础上强化教师培训工作；二是出台一些优惠政策，让师范大学生能下乡支教，从而缩小城乡教育水平差异。

4 结语

构建一支专业素质过硬的师资队伍，能保障小学教育管理改革进程，通过教师言传身教给学生做好榜样，通过采用更加先进的教学设备、教学方法、教学理念，从而提高小学教育质量，加深学生的理解深度，培养学生的创新意识与创造意识，从而提高学生的综合素养，一改传统小学教育管理模式的弊端，推动小学教育管理改革进程。随着中国教育改革不断推进，传统的小学教育管理已经无法适应现代化教育需求。基于此，笔者针对小学教育管理现状与问题，提出了加强小学教育管理的有效措施，包括制定现代化的小学教育管理制度、创新改革小学教育管理模式、加强师资团队建设工作，从而为小学教育管理创新改革奠定基础，推动中国教育事业发展进程。

参考文献

- [1] 马桂英.新课程背景下小学教育管理改革研究[J].中国校外教育,2014(6):111-112.
- [2] 刘娜.关于新课程背景下小学教育管理改革研究[J].求知导刊,2014(12):45-46.
- [3] 蔡亚平.对教育惩罚的几点思考[J].中国德育,2016(18):28-31.

(上接第98页)

当 $n=1$ 时，电子运动的轨道是圆，其向心力为：

$$\frac{mv^2}{r_0} = k' \frac{e^2}{r_0^2} \Rightarrow k' = \frac{m_0^2 v r_0^2}{m_e r_0 e^2} \dots (11)$$

其中， r_0 是波尔半径 $0.529166 \times 10^{-10} \text{m}$ 。

将(10)式代入(11)得： $k' = \frac{h^2}{4\pi^2 e^2 m_e r_0}$ ，将 r_0 、

m_e 、 e 的数值代入得： $k' = 9 \times 10^9$ 。

参考文献

- [1] 周衍柏.理论力学教程[M].北京:高等教育出版社,2009.
- [2] 褚圣麟.原子物理学[M].北京:高等教育出版社,1979.