

# Analysis of the Effect of BDS/GPS System Combined Positioning of Pseudo-range and Carrier Phase Positioning on the Solution of Ambiguity

Xiaolu Qiu<sup>1</sup> Shaojie Qu<sup>2</sup> Nengwei Wang<sup>3</sup>

1. Yantai Gold College, Zhaoyuan, Shandong, 265400, China

2. Zhaojin Mining Co., Ltd. Xiadian Gold Mine, Zhaoyuan, Shandong, 265400, China

3. No.6 Institute of Geology and Mineral Resources Exploration of Shandong Province, Weihai, Shandong, 264200, China

## Abstract

Aiming at the problem that BDS/GPS high-precision dynamic positioning observation noise affects the fast solution of ambiguity, that presents the pseudo-range observations improve the effect of the observation noise to the fast solution of ambiguity, the effect of the introduction of the pseudo-range observations with different precision in eight observation stations in China on the fast solution of ambiguity is analyzed. The results indicate that it is analyzed from both the correctness of ambiguity resolution and effectiveness of ambiguity recognition, BDS/GPS pseudo-range observations have significantly improved the fast solution of carrier phase positioning ambiguity, and the combined positioning of pseudo-range and carrier phase positioning enables the fast and correct solution of ambiguity.

## Keywords

BDS; GPS; pseudo-range; carrier phase positioning; combined positioning; ambiguity

# BDS/GPS 伪距与载波相位联合定位对模糊度解算的影响分析

邱晓璐<sup>1</sup> 曲绍杰<sup>2</sup> 王能伟<sup>3</sup>

1. 烟台黄金职业学院, 中国·山东 招远 265400

2. 招金矿业股份有限公司夏甸金矿, 中国·山东 招远 265400

3. 山东省第六地质矿产勘查院, 中国·山东 威海 264200

## 摘 要

针对北斗卫星导航系统(BDS)/全球卫星导航系统(GPS)高精度动态定位观测噪声影响整周模糊度的快速解算的问题,提出了采用伪距观测来改善观测噪声对模糊度的快速解算的影响,分析了中国在8个观测站不同精度伪距观测量的引入对模糊度快速解算的改善效果。实验结果表明:无论从模糊度解算的正确性还是模糊度识别的有效性分析,BDS/GPS伪距观测对载波相位定位模糊度的快速解算有很大的改善,伪距与载波相位联合定位能够实现模糊度的快速正确解算。

## 关键词

BDS; GPS; 伪距; 载波相位; 联合定位; 模糊度

## 1 引言

北斗三号系统(BeiDou-3 Navigation Satellite System, BDS)是中国独立自主建设的全球卫星导航系统,于2020年7月31日建成并向全球提供服务<sup>[1]</sup>,是全球导航卫星系统(Global Navigation Satellite System, GNSS)的重要组成部分。目前,实现GNSS高精度动态定位都是采用载波相位测量<sup>[2]</sup>,但其先决条件是能够快速正确的解算整周模

糊度,影响模糊度快速解算的因素有很多,其中包括载波相位观测方程的病态性<sup>[3,4]</sup>和观测噪声,文献[5]在中国不同地区不同时段对北斗卫星导航系统(BeiDou Navigation Satellite System, BDS)及全球定位系统(Global Positioning System, GPS)载波相位定位的病态性进行了对比分析;文献[6]提出了采用伪距与载波相位联合定位的方法,通过引入不同精度的伪距观测量与载波相位联合定位来改善BDS和GPS病态性;文献[7]针对BDS高精度定位模型中模糊度解算的病态性问题,采用基于部分岭估计的方法,该方法提高了模糊度浮点解的精度及固定解的可靠性;文献[8]从

【作者简介】邱晓璐(1989-),女,中国山东烟台人,硕士,讲师,从事GNSS及卫星导航定位与数据处理研究。

模糊度解算的正确性检验和模糊度识别的有效性两方面来对比分析了 BDS 和 GPS 不同观测噪声对模糊度解算的影响。很多学者已经对载波相位观测方程的病态性提出了改善方法使得模糊度能够快速正确解算,然而,GNSS 观测中观测噪声是不可避免的,如果观测中没有观测误差,即使观测方程中存在病态问题,模糊度也能得到正确解算,因此论文提出伪距与载波相位联合定位快速正确解算整周模糊度。

论文将 BDS 与 GPS 分别引入不同精度的伪距观测与载波相位联合定位,分析了不同的观测噪声,不同精度的伪距与载波相位联合定位对模糊度快速解算的影响。通过对比分析表明 BDS 和 GPS 伪距与载波相位联合定位能够实现模糊度的快速解算。

## 2 伪距与载波相位联合定位

伪距与相位联合定位<sup>[9-11]</sup>,是令伪距和载波相位同时参与平差,二者取不同的权,其中伪距的权为 1,载波相位的权为  $q$ ,每一历元可以建立观测方程的个数为卫星数的 2 倍,在求解的过程中,需考虑到整周模糊度具有不变的特性。

由于 GNSS 差分定位与非差定位是一致的<sup>[8]</sup>,且论文数据都采用非差形式,因此分析伪距观测对载波相位定位的病态性改善程度时也采用非差观测模式,伪距与载波相位联合定位的非差观测方程可写为:

$$\begin{pmatrix} R_r^i \\ \lambda \phi_r^i \end{pmatrix} = \rho_{r0}^i + \begin{pmatrix} -\mathbf{e}_r^i & 0 \\ -\mathbf{e}_r^i & -\lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta \mathbf{X}_r \\ N_r^i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_R \\ \varepsilon_\phi \end{pmatrix} \quad (1)$$

式中,  $R_r^i$  为地面站  $r$  对卫星  $i$  的伪距观测量;  $\lambda$  为载波波长;  $\phi_r^i$  为地面站  $r$  对卫星  $i$  的相位观测量;  $\rho_{r0}^i = \sqrt{(X^i - X_{r0})^2 + (Y^i - Y_{r0})^2 + (Z^i - Z_{r0})^2}$  为地面站  $r$  与卫星间  $i$  的近似距离,其中  $X^i$ 、 $Y^i$ 、 $Z^i$  为卫星  $i$  的坐标,  $X_{r0}$ 、 $Y_{r0}$ 、 $Z_{r0}$  为地面站  $r$  的近似坐标;  $\delta \mathbf{X}_r$  为地面站  $r$  的坐标改正向量;  $\mathbf{e}_r^i$  为地面站  $r$  到卫星  $i$  的方向余弦向量;  $N_r^i$  为整周模糊度;  $\varepsilon_R$  为伪距观测的观测噪声;  $\varepsilon_\phi$  为载波相位测量的观测噪声,观测噪声中均包括多路径效应等误差影响。

观测值的权阵为:

$$P = \begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & Q \end{pmatrix}, \quad Q = qE$$

非差误差方程可表示为:

$$\begin{pmatrix} V_R \\ V_\phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ A_1 & B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ Y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} L_{R1} \\ L_{\phi 1} \end{pmatrix} \quad (2)$$

式中,  $X_1 = (\delta X \quad \delta Y \quad \delta Z)^T$  为参数向量;  $A_1 = \begin{pmatrix} X_{r0} - X^i \\ \rho_{r0}^i \end{pmatrix}$  为对应参数的系数矩阵;  $Y$  为整周模糊度向量;  $B$  为其对应的系数矩阵;  $L_{R1}$ 、 $L_{\phi 1}$  分别为伪距和载波相位观测方程的常数向量。

由最小二乘原理可得:

$$\begin{pmatrix} A_1^T A_1 + q A_1^T A_1 & q A_1^T B \\ q B^T A_1 & q B^T B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1^T L_{R1} + q A_1^T L_{\phi 1} \\ q B^T L_{\phi 1} \end{pmatrix} \quad (3)$$

解得:

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1^T A_1 + q A_1^T A_1 & q A_1^T B \\ q B^T A_1 & q B^T B \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} A_1^T L_{R1} + q A_1^T L_{\phi 1} \\ q B^T L_{\phi 1} \end{pmatrix} \quad (4)$$

因此,伪距与载波相位联合定位的非差误差方程的法方程系数矩阵为:

$$N = \begin{pmatrix} A_1^T A_1 + q A_1^T A_1 & q A_1^T B \\ q B^T A_1 & q B^T B \end{pmatrix}$$

## 3 实验及结果分析

在中国选取了 4 个观测站,分别为昆明、北京、乌鲁木齐和长春,观测站坐标详见表 1。论文观测数据的观测时长为 5 min,观测噪声分别为 0.2~5 cm,并且从模糊度解算的正确性和模糊度解算识别的有效性两个方面分别对比分析了 BDS 和 GPS 不同精度的伪距与载波相位联合定位对整周模糊度解算的改善程度。

### 3.1 BDS/GPS 整周模糊度解算的正确性检验

论文中观测数据的观测时长为 5 min,而通过观测时长为 45 min 的观测数据计算出来的整周模糊度作为已知真值,因此论文观测时长为 5 min 的观测数据解算的整周模糊度可以与已知的模糊度进行对比,首先考察整周模糊度的解算值是否正确。表 2 和表 3 分别列出了 BDS 和 GPS 引入不同精度的伪距观测与载波相位联合定位对整周模糊度固定的影响结果,数值 1 代表模糊度的值是正确,0 代表模糊度的值是不正确的。

表 1 地面站坐标

| 站名   | X/ (m)       | Y/ (m)      | Z/ (m)      | L/ (°) | B/ (°) |
|------|--------------|-------------|-------------|--------|--------|
| 昆明   | -1281255.725 | 5640746.078 | 2682879.992 | 24.88  | 102.81 |
| 北京   | -2148744.084 | 4426641.274 | 4044655.926 | 39.41  | 115.89 |
| 乌鲁木齐 | 193030.631   | 4606851.277 | 4393311.461 | 43.60  | 87.61  |
| 长春   | -2674427.230 | 3757143.219 | 4391521.672 | 43.62  | 125.43 |

从表2、表3中可以看出，BDS和GPS在中国各地区伪距观测对模糊度的正确固定有很大程度的改善，伪距精度越高则改善程度越大，特别是BDS在长春地区改善程度比较明显；BDS和GPS伪距精度为1 m以内，在中国大部分地区观测噪声在5 cm以内都能正确固定模糊度；伪距精度为2 m时，BDS在中国大部分地区最大观测噪声为1~2 cm能正确固定模糊度，而在昆明地区观测噪声为5 cm以内都能正确固定模糊度；因此，伪距与相位联合定位可以快速解算BDS和GPS的整周模糊度。

表2 BDS联合定位观测噪声对模糊度固定的影响

| 观测噪声 (cm) |       | 0.2 | 0.5 | 1.0 | 1.5 | 2.0 | 3.0 | 5.0 |
|-----------|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 地面站       | 伪距精度  |     |     |     |     |     |     |     |
| CHAN      | 0.5 m | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   |
|           | 1 m   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 0   |
|           | 2 m   | 1   | 1   | 1   | 1   | 0   | 0   | 0   |
|           | 载波相位  | 1   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |
| WLMQ      | 0.5 m | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   |
|           | 1 m   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   |
|           | 2 m   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 0   | 0   |
|           | 载波相位  | 1   | 1   | 1   | 1   | 0   | 0   | 0   |
| BEIJ      | 0.5 m | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   |
|           | 1 m   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   |
|           | 2 m   | 1   | 1   | 1   | 0   | 0   | 0   | 0   |
|           | 载波相位  | 1   | 1   | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   |
| KUNM      | 0.5 m | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   |
|           | 1 m   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   |
|           | 2 m   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   |
|           | 载波相位  | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 0   | 0   |

### 3.2 BDS/GPS 整周模糊度解算识别的有效性

在高精度动态定位的观测数据处理时，整周模糊度是未知的，在整周模糊度快速固定以后，需对其正确性进一步的检验确定，只有通过了各项检验，才能确认模糊度的整数解是可靠的，才能将其代入原方程进行重新解算坐标。目前，整周模糊度最常用的检验方法是Ratio值检验<sup>[12-16]</sup>，也称后验方差比检验法，是以固定解中次小和最小残差二次型之比作为检验量，即：

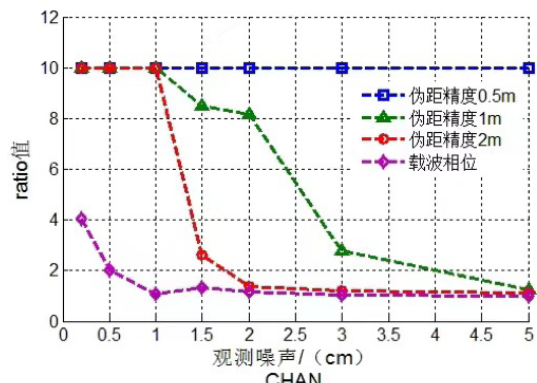
$$\frac{\|\hat{N} - a_{\text{sec}}\|_{D_{\hat{N}}}}{\|\hat{N} - a_{\text{min}}\|_{D_{\hat{N}}}} \geq c \quad (5)$$

式中， $\hat{N}$ 为模糊度浮点解估值； $a_{\text{min}}$ 、 $a_{\text{sec}}$ 分别为最小和次小残差对应的模糊度固定解； $D_{\hat{N}}$ 为浮点模糊度的方差—协方差阵； $c$ 为限值，可取为5~10。当备选模糊度满足(5)式条件，即次小和最小残差比值大于设定值（论文设置限值为8），则认为 $a_{\text{min}}$ 为模糊度正确整数解。

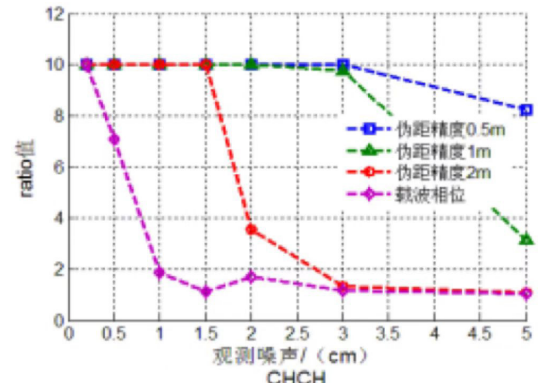
表3 GPS联合定位观测噪声对模糊度固定的影响

| 观测噪声 (cm) |       | 0.2 | 0.5 | 1.0 | 1.5 | 2.0 | 3.0 | 5.0 |
|-----------|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 地面站       | 伪距精度  |     |     |     |     |     |     |     |
| CHAN      | 0.5 m | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   |
|           | 1 m   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   |
|           | 2 m   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 0   | 0   |
|           | 载波相位  | 1   | 1   | 1   | 0   | 0   | 0   | 0   |
| WLMQ      | 0.5 m | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   |
|           | 1 m   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   |
|           | 2 m   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 0   |
|           | 载波相位  | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 0   | 0   |
| BEIJ      | 0.5 m | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   |
|           | 1 m   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   |
|           | 2 m   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 0   | 0   |
|           | 载波相位  | 1   | 1   | 1   | 0   | 0   | 0   | 0   |
| KUNM      | 0.5 m | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   |
|           | 1 m   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   |
|           | 2 m   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 0   |
|           | 载波相位  | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 0   |

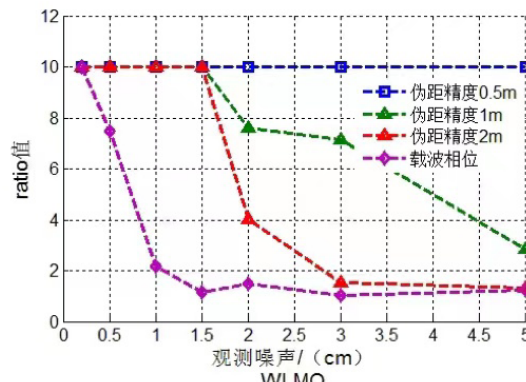
BDS和GPS模糊度解算的ratio值情况如图1、图2所示，为便于图形化表示，图中ratio值大于10的仍强制设置为10。可以看到，BDS和GPS两个系统伪距观测对模糊度解算的ratio值也有很大程度的改善，当观测噪声一定时，伪距观测精度越高则ratio值越大，特别伪距观测精度为0.5m，在中国各地区BDS和GPS观测噪声在5 cm以内都能正确固定；BDS系统伪距观测精度为1 m，在中国大部分地区观测噪声在2 cm以内能正确固定模糊度，而中国南部昆明观测噪声能在3 cm以内正确固定模糊度；GPS伪距观测精度为1 m，在中国大部分地区最大观测噪声为3 cm能正确固定模糊度；从模糊度固定的有效性也可以看出，伪距与相位联合定位可以快速固定BDS和GPS的整周模糊度。



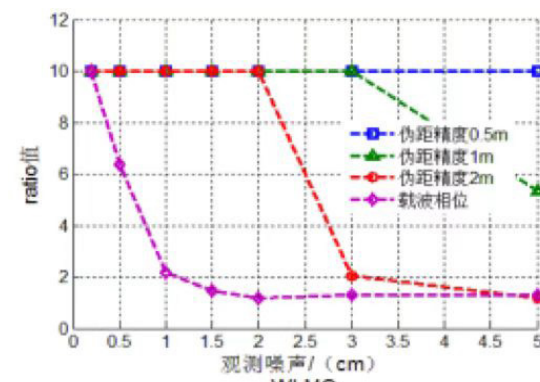
(1)



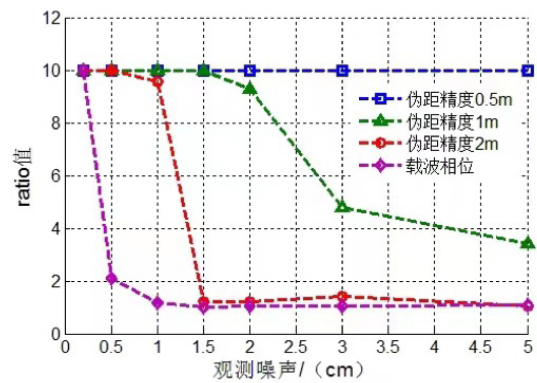
(1)



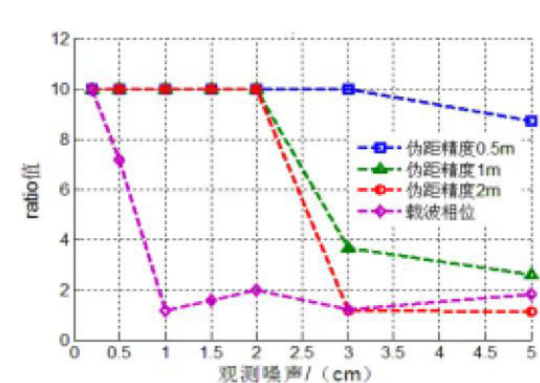
(2)



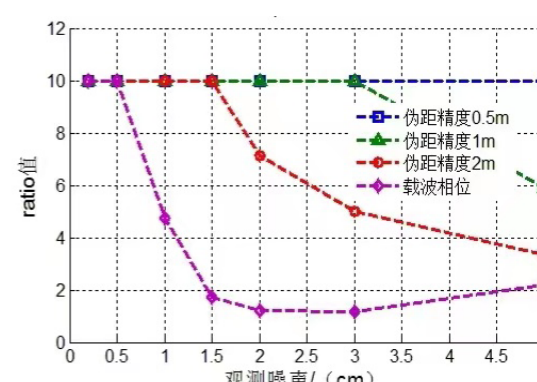
(2)



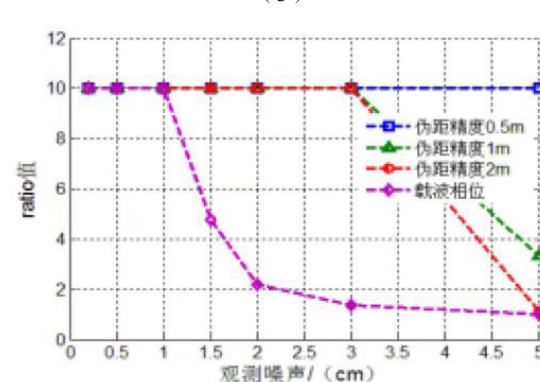
(3)



(3)



(4)



(4)

图 1 BDS 伪距与相位联合定位模糊度解算的 ratio 值

图 2 GPS 伪距与相位联合定位模糊度解算的 ratio 值

## 4 结语

论文主要从模糊度是否正确以及 Ratio 值两个方面加以考虑,分析了 BDS 和 GPS 引入不同精度的伪距与载波相位联合定位对整周模糊度固定的影响。结果表明:观测时长为 5 min 时,无论从模糊度固定的正确性来看还是从模糊度识别的有效性来分析,观测噪声较大时,BDS 和 GPS 引入高精度的伪距观测与载波相位联合定位能快速解算模糊度;当观测噪声较小时,BDS 和 GPS 较低精度的伪距观测与载波相位联合定位也能快速解算模糊度。因此,伪距与载波相位联合定位能够快速解算模糊度。

## 参考文献

- [1] 蔡洪亮,孟轶男,耿长江,等.北斗三号全球导航卫星系统服务性能评估:定位导航授时、星基增强、精密单点定位、短报文通信与国际搜救[J].测绘学报,2021,50(4):427-435.
- [2] 高星伟,过静琚,程鹏飞,等.基于时空系统统一的北斗与GPS融合定位[J].测绘学报,2012,41(5):743-748+755.
- [3] HAOA W, LIB F. A new method for ill-conditioned diagnosis based on spatial analysis[J]. Journal of Information & Computational Science, 2010, 7(9): 1846-1853.
- [4] XU P, SHEN Y, FUKUDA Y, et al. Variance component estimation in linear inverse ill-posed models[J]. Journal of Geodesy, 2006, 80(2): 69-81.
- [5] 邱晓璐,刘根友,段鹏硕,等.BDS/GPS载波相位定位病态性对比分析[J].测绘科学,2015,40(7):24-28.
- [6] 邱晓璐,刘根友,曲绍杰.BDS/GPS伪距相位联合定位对病态性改善程度分析[J].北京测绘,2021,35(10):1343-1347.
- [7] 王胜利,王庆,聂文锋,等.北斗系统高轨卫星高精度定位模型病态性分析及改进方法[J].导航定位学报,2013,1(3):31-35.
- [8] 邱晓璐,刘根友.BDS/GPS观测噪声对模糊度解算的影响分析[J].导航定位技术学报,2016,4(4):69-76.
- [9] 刘根友,朱才连,任超.GPS相位与伪距联合实时定位算法[J].测绘通报,2001(10):10-11.
- [10] 刘根友.单频GPS接收机动态定位的相位与伪距联合算法及其周跳检测[J].地壳形变与地震,2001,21(3):26-31.
- [11] Wu J T. Processing mixed pseudo-range and carrier phase GPS data[J]. Manuscripta Geodetica, 1995, 20.
- [12] 邓健,潘树国,赵兴旺.基于可靠性指标的Ratio检验模糊度质量方法[J].测绘科学,2013,38(3):37-39.
- [13] TEUNNISSEN PJG, VERHAGEN S. GNSS Carrier Phase Ambiguity Resolution: Challenges and Open Problems[C]//MG Sideris. Observing our Changing Earth. Berlin: Springer, 2009: 785-792.
- [14] TEUNNISSEN PJG, VERHAGEN S. The GNSS ambiguity ratio-test revisited: a better way of using it[J]. Survey Review, 2009, 41(312): 138-151.
- [15] VERHAGEN S, TEUNNISSEN PJG. The ratio test for future GNSS ambiguity resolution[J]. GPS Solutions, 2013, 17(4): 535-548.
- [16] TEUNNISSEN PJG. Testing theory—An Introduction[M]. The Netherlands: VSSD, 2000: 5-20.